



Bendrai finansuoja
Europos Sąjunga

Nacionalinė
švietimo
agentūra



Matematikos valstybinio brandos egzamino (II dalies) bendrojo ir išplėstinio kursų kandidatų darbų vertintojų mokymai

II dalis.

I modulis.

- Refleksija po apklausos apie matematikos VBE II dalies išplėstinio kurso užduotį.
- Bandomojo matematikos egzamino, kuris vyko 2026 m. kovo 4 d, užduočių A ir B kursų ir jų vertinimo instrukcijų aptarimas.

Išplėstinis kursas

I dalis

01. Raskite aibių $A = [-5; 3)$ ir $B = [0; 2]$ sąjungą.

$$\mathbf{01} \quad \left| \quad [-5; 3) \cup [0; 2] = [-5; 3) \quad (\text{arba } [-5; 3)) \right.$$

02. Panaikinkite iracionalumą trupmenos $\frac{m}{\sqrt{5}-2}$ vardiklyje.

$$\mathbf{02} \quad \left| \quad \frac{m}{\sqrt{5}-2} = m \cdot (\sqrt{5} + 2) \quad (\text{arba } \sqrt{5}m + 2m) \right.$$

03. Atsitiktinio dydžio X skirstinys pateiktas lentelė. Apskaičiuokite šio atsitiktinio dydžio matematinę viltį EX .

m	-4	1	6	2
$P(X = m)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{32}{125}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{28}{125}$

03

$$EX = \frac{228}{125} \quad (\text{arba } 1\frac{103}{125}, \text{ arba } 1,824)$$

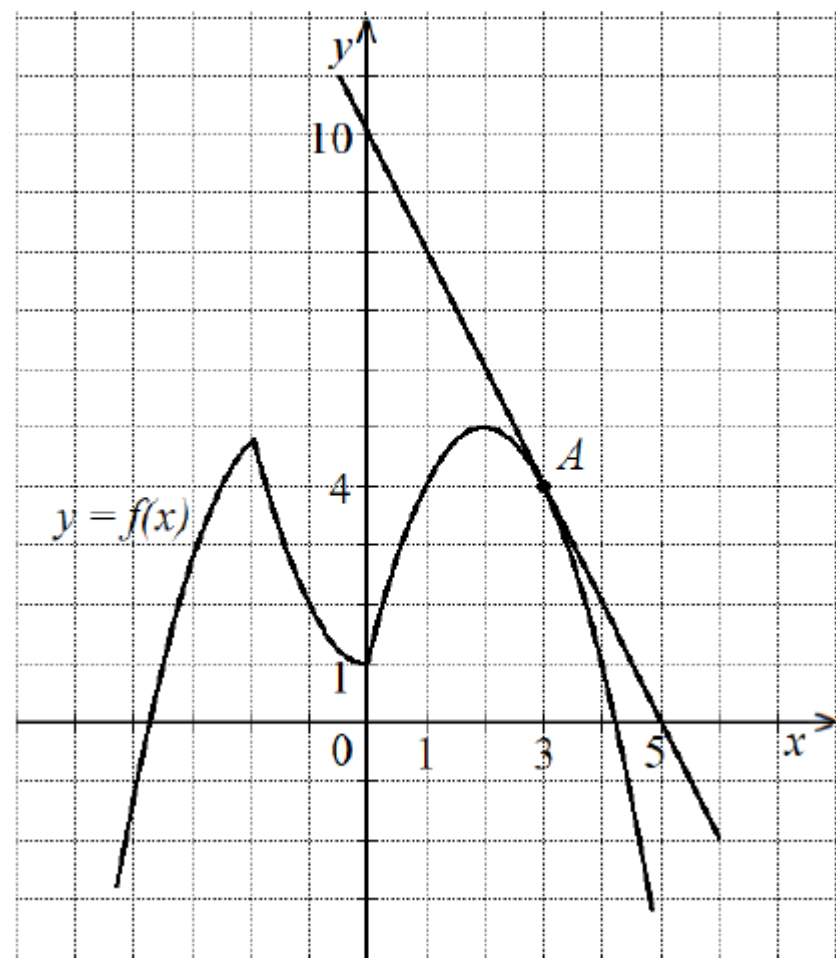
04. Apskaičiuokite funkcijų $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ ir $y = 5^{x+2}$ grafikų susikirtimo taško koordinates.

$$\mathbf{04} \quad \left| \quad (-1; 5) \text{ (arba } x = -1, y = 5) \right.$$

05. Agnė sugalvojo triženklį natūralųjį skaičių. Kokia tikimybė, kad Agnės sugalvoto skaičiaus visi trys skaitmenys yra skirtingi?

$$\mathbf{05} \quad \left| \quad \frac{18}{25} \text{ (arba } \frac{54}{75}, \text{ arba } \frac{648}{900}, \text{ arba } 0,72) \right.$$

06. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ grafikas ir per šio grafiko tašką $A(3; 4)$ nubrėžta liestinė. Naudodamiesi paveikslo duomenimis, nustatykite funkcijos $y = f(x)$ išvestinės reikšmę taške $x = 3$.



06

$$f'(3) = -2 \quad (\text{arba } -2)$$

07. Žinoma, kad $\sin \alpha + \cos \alpha = 0,8$. Apskaičiuokite $\sin(2\alpha)$ reikšmę.

$$\mathbf{07} \quad \left| \sin(2\alpha) = -0,36 \text{ (arba } -\frac{36}{100}, \text{ arba } -\frac{9}{25}) \right.$$

08. Žinoma, kad vektoriai $\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ ir $\vec{b} = (x; y)$ yra priešpriešiniai. Vektoriaus \vec{b} ilgis lygus $2\sqrt{13}$. Nustatykite vektoriaus \vec{b} koordinates x ir y .

$$\mathbf{08} \quad \left| x = 6, y = -4 \text{ (arba } \vec{b}(6; -4), \text{ arba } \vec{b} = (6; -4), \text{ arba } (6; -4)) \right.$$

09. Žinoma, kad kūno greitis v metrais per sekundę (m/s) yra judėjimo laiko t funkcija $v(t) = 2t$, kur t – judėjimo laikas sekundėmis (s). Nustatykite kūno nueitą kelią metrais (m) per pirmąsias 5 judėjimo sekundes.

09

25 metrus (arba 25, arba 25 m)

10. Žinoma, kad $2^x = 15$ ir $15^y = 32$. Nustatykite sandaugos $x \cdot y$ reikšmę.

10

$x \cdot y = 5$ (arba 5)

II dalis

11. Išspręskite nelygybes:

11.1. $\frac{1}{x-3} \leq 1$;

(3 taškai)

11		8	
11.1		3	
	$\frac{1}{x-3} \leq 1, \Rightarrow \frac{4-x}{x-3} \leq 0$;	1	Už teisingai pertvarkytą nelygybę, suteikiant jai pavidalą $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$.
	I būdas. Algebrinis būdas. $\frac{4-x}{x-3} \leq 0, \Rightarrow \begin{cases} 4-x \leq 0, \\ x-3 > 0, \end{cases}$ arba $\begin{cases} 4-x \geq 0, \\ x-3 < 0; \end{cases}$	1	Už teisingai sudarytas dvi nelygybių sistemas.
	$x \geq 4, \quad x < 3.$ <i>Ats.: $x \in (-\infty; 3) \cup [4; +\infty)$</i> (arba $(-\infty; 3), [4; +\infty)$)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
	Pastaba Jei teisingai pertvarkyta nelygybė, suteikiant jai pavidalą $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$, ir suklysta sudarant kurią nors vieną nelygybių sistemą, bet teisingai sudaryta sistema išspręsta teisingai ir atsakyme nurodytas vienas teisingas sprendinių intervalas, tai iš viso skiriami 2 taškai.		

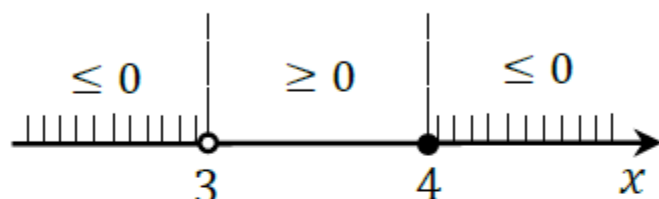
II būdas. Intervalų metodas.

$$x - 3 = 0, x = 3; \quad 4 - x = 0, x = 4;$$

1

Už teisingai nustatytas reikšmes, su kuriomis trupmenos $\frac{4-x}{x-3}$ skaitiklis ir vardiklis lygus 0.

$$\frac{4-x}{x-3}$$



1

Už teisingai gautą atsakymą, naudojantis skaičių tiesę.

Ats.: $x \in (-\infty; 3) \cup [4; +\infty)$
(arba $(-\infty; 3), [4; +\infty)$)

Pastabos

1. Jei suklysta neteisingai priskiriant skaičius 3 ir 4 intervalų galams, pvz., pateikiant vieną iš atsakymų:

$x \in (-\infty; 3] \cup [4; +\infty)$, $x \in (-\infty; 3) \cup (4; +\infty)$, $x \in (-\infty; 3] \cup (4; +\infty)$,
tai iš viso skiriami 2 taškai.

2. Jei suklysta nustatant tinkamus intervalus ir parašant atsakymą $x \in (3; 4]$, tai iš viso skiriami 2 taškai.

11.2. $\log_2(x + 3) > 3;$

(2 taškai)

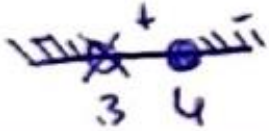
11.2		2	
	$\log_2(x + 3) > 3, \Rightarrow \begin{cases} x + 3 > 0, \\ x + 3 > 8; \end{cases}$	1	Už teisingą logaritminės nelygybės pakeitimą nelygybių sistema arba tiesine nelygybe.
	$\begin{cases} x > -3, \\ x > 5; \end{cases} \Rightarrow x > 5, x \in (5; +\infty).$ Ats.: $x \in (5; +\infty)$ (arba $(5; +\infty)$, arba $x > 5$)	1	Už teisingai gautą atsakymą.

11.1. Sprendimas (3)

$$\frac{1}{x-3} - 1^{x-3} \leq 0$$

$$\frac{x+4}{x-3} \leq 0$$

$$\begin{cases} 4-x=0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ x \neq 3 \end{cases}$$


Ats.: $x \in (-\infty; 3) \cup [4; +\infty)$

11.2. Sprendimas (2)

$$\log_2(x+3) - 3 > 0$$

$$\log_2(x+3) - \log_2 8 > 0$$

$$\log_2\left(\frac{x+3}{8}\right) > 0$$

+

Ats.: $x \in (5; +\infty)$

1. 3t

2. 0t

11.1.	Sprendimas $\frac{1}{x-3} - 1 \leq 0$ $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-3} = 0$ $\frac{0}{x-3} = 0$ $x \neq 3$ $x-3 \neq 0$	(3) Ats.: $x \in (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$
11.2.	Sprendimas $\log_2(x+3) > \log_2 8$ $x+3 > 8$ $x+3 > 8$ $x > 5$	(2) + Ats.: $x \in (5; +\infty)$

1. 0t

2. 1t, trūksta apibrėžimo srities

11.1. Sprendimas

$$\frac{1}{x-3} - 1 \leq 0$$

$$\frac{1 - 1(x-3)}{x-3} \leq 0$$

$$\frac{-x+4}{x-3} \leq 0$$

$$\begin{cases} -x+4=0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x = -4 / : (-1) \\ x = 4 \\ x \neq 3 \end{cases}$$



Ats.: $x \in (-\infty; 3)$

11.2. Sprendimas

$$\begin{aligned} x+3 &> 0 \\ x &> -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^3 &\geq x+3 & x+3 &= 2^3 \\ x+3 &\geq 2^3 & x &= 5 \end{aligned}$$

+



Ats.: $x \in (-3; +\infty)$

1. 2t, P A

2. 0t

11.1. Sprendimas

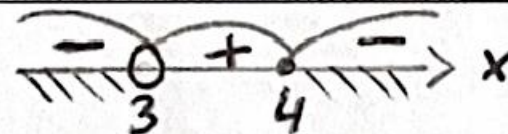
$$1) \frac{1}{x-3} \leq 1$$

$$\frac{1}{x-3} - 1 \leq 0$$

$$\frac{1-x+3}{x-3} \leq 0 \quad \frac{4-x}{x-3} \leq 0$$

$$2) \text{ nuliai: } \frac{4-x}{x-3} = 0$$

$$\begin{array}{l|l} 4-x=0 & x-3 \neq 0 \\ x=4 & x \neq 3 \end{array}$$



(3)

$$\text{Ats.: } x \in (-\infty; 3) \cup [4; \infty)$$

11.2. Sprendimas

~~$$1) \frac{1}{x-3} \leq 1$$~~

~~$$\frac{1}{x-3} - 1 \leq 0$$~~

~~$$\frac{1-x+3}{x-3} \leq 0 \quad \frac{4-x}{x-3} \leq 0$$~~

~~$$2) \text{ nuliai: } \frac{4-x}{x-3} = 0$$~~

~~$$\begin{array}{l|l} 4-x=0 & x-3 \neq 0 \\ x=4 & x \neq 3 \end{array}$$~~

$$\log_2(x+3) > 3$$

$$\log_2(x+3) > \log_2 8$$

$$x+3 > 8$$

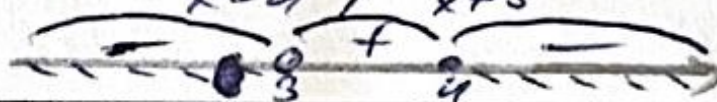
$$x > 5$$

(2)

$$\text{Ats.: } x \in (5; \infty)$$

1. 3t

2. 1t, P

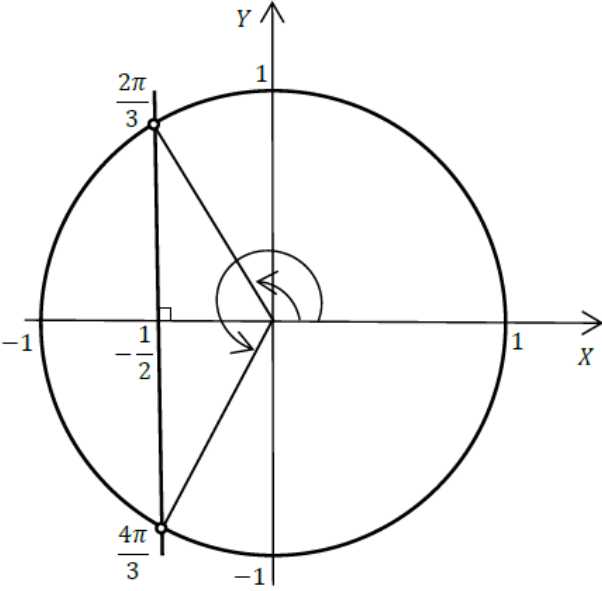
11.1.	<p>Sprendimas $\frac{4-x}{x-3} \leq 0$ $x \in (-\infty; 3) \cup [4; \infty)$ (3)</p> <p>$\frac{1}{x-3} \leq 1$</p> <p>$\frac{1-x+3}{x-3} \leq 0$</p> <p>analic.: $4-x=0 \cdot x-3 \neq 0$</p> <p>$x=4$ $x \neq 3$</p>  <p>Ats.: $x \in (-\infty; 3) \cup [4; \infty)$</p>
11.2.	<p>Sprendimas $\begin{cases} x > -3 \\ x > 0 \end{cases}$ $x \in (0; \infty)$ (2)</p> <p>$\log_2(x+3) > 3$</p> <p>$\log_2(x+3) > \log_2(3)$</p> <p>ženk. nes., nes $2 > 1$</p> <p>$\begin{cases} x+3 > 3 \\ x+3 > 0 \end{cases}$</p> <p>+</p> <p>Ats.: $x \in (0; \infty)$</p>

1. 3t

2. 1t, A

11.3. $\cos x < -\frac{1}{2}$.

(3 taškai)

11.3		3	
	$\cos x = -\frac{1}{2}, \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, & k \in \mathbb{Z}, \\ x = \frac{4\pi}{3} + 2\pi k, & k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$ <p>(Arba $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.)</p>	1	Už lygties $\cos x = -\frac{1}{2}$ sprendinių radimą.
	<p>I būdas. Naudojantis vienetiniu apskritimu.</p> 	1	Už teisingai pažymėtus vienetinio apskritimo taškus, atitinkančius lygties $\cos x = -\frac{1}{2} (x \in (0; 2\pi))$ sprendinius.
	<p>Ats.: $x \in \left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$</p> <p>(arba $\left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$)</p>	1	Už teisingai gautą atsakymą.

<p>II būdas. Naudojantis kosinusoide ir tiese $y = -\frac{1}{2}$. Nelygybės sprendiniai yra x reikšmių intervalai, kuriuose kosinusoide išsidėsčiusi žemiau tiesės.</p>	1	Už teisingai pavaizduotą kosinusoide ir tiesę $y = -\frac{1}{2}$ bei jų sankirtos taškų abscisių, kai $x \in (0; 2\pi)$, pažymėjimą.
<p><i>Ats.:</i> $x \in \left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$ (arba $\left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$)</p>	1	Už teisingai gautą atsakymą.

11.3. Sprendimas

$$\cos x < -\frac{1}{2}$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi k$$

$$x = \pm \frac{2}{3}\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$k=0, x = \frac{2}{3}\pi$$

$$k=1, -\frac{2}{3} + 2\pi = \frac{4}{3}\pi$$

$$x \in \left(\frac{2}{3}\pi + 2\pi k; \frac{4}{3}\pi + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ats.: } x \in \left(\frac{2}{3}\pi + 2\pi k; \frac{4}{3}\pi + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$$

1. Lygties **sprendiniai**.
2. Nelygės **sprendinių vaizdavimas** koordinačių plokštumoje arba vienetiniame apskritime.
3. **Atsakymas**

2 t, P T

11.3.

Sprendimas

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm \left(\pi - \arccos \frac{1}{2} \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

+

$$\text{Kai } k=0, x = \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \quad \star$$

$$x = -\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \quad \star$$

$$\text{kai } a=1, x = \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \quad \star$$

$$x = -\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \quad \star$$

$$\text{Ats.: } \left(-\frac{4\pi}{3} + 2\pi k; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \right)$$

(3)

2 t, P T(intervalas teisingas)

11.3.

Sprendimas

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

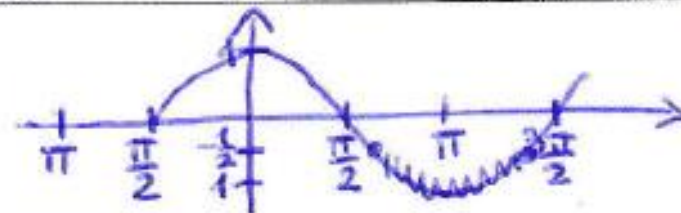
$$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

kai $k=0$, tai $x \rightarrow \frac{2\pi}{3} (+)$
 $\rightarrow -\frac{2\pi}{3} (-)$

kai $k=1$, tai $x \rightarrow \frac{4\pi}{3} (-)$
 $\rightarrow \frac{8\pi}{3} (-)$

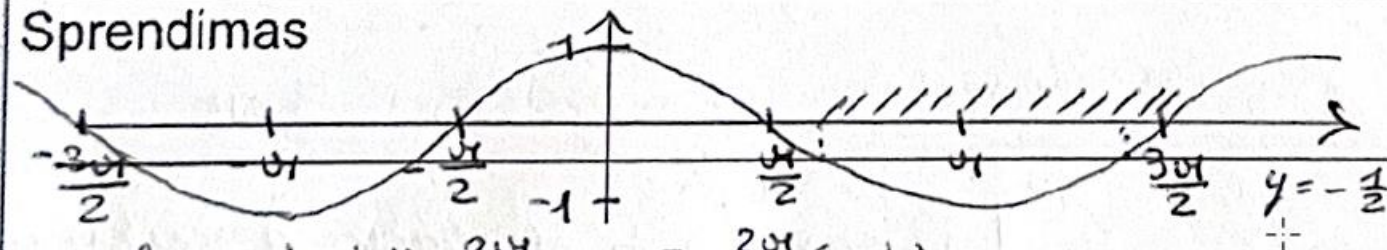
$$x \in \left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, \frac{4\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}\right)$$



Ats.: $x \in \left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, \frac{4\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}\right)$

3 t, kairėje pusėje nėra minus ženklų- perrašymo klaida

11.3. Sprendimas



Jei $k=0$, tai $x = \frac{2\pi}{3}$, $x = -\frac{2\pi}{3}$ (net.)
 Jei $k=1$, tai $x = \frac{8\pi}{3}$ (net.), $x = \frac{4\pi}{3}$

$$\cos x = -\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ats.: $x \in \left(\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

3 t (intervalas užrašytas kitaip)

11.3. Sprendimas $\cos x < -\frac{1}{2}$ $x \in (-\infty; -\frac{2\pi}{3})$ (3)

užduotis:

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm (\pi - \frac{1}{3}\pi) + 2\pi k$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$$

Ats.: $x \in (-\infty; -\frac{2\pi}{3})$

0 t, trūksta $k \in \mathbb{Z}$

11.3. Sprendimas $\cos x < -\frac{1}{2}$

$$\begin{cases} x < 120 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x > -120 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow x \in (-120 + 2\pi k; 120 + 2\pi k), k \in \mathbb{Z} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x < \arccos(-\frac{1}{2}) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x > -\arccos(-\frac{1}{2}) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ats.: $(-120 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; 120 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z})$

0 t, nėra lygties sprendinių, trūksta laipsnių simbolių

12. Suprastinkite reiškinį $\sin(\alpha + 3\pi) + \cos(\alpha - 3\pi)$.

(2 taškai)

12		2	
	$\sin(\alpha + 3\pi) + \cos(\alpha - 3\pi) = \sin(\alpha + \pi) + \cos(\alpha - \pi) = -\sin(\alpha) - \cos(\alpha).$	1	Už teisingai pertvarkytą $\sin(\alpha + 3\pi)$ arba $\cos(\alpha - 3\pi)$.
	<i>Ats.:</i> $-\sin(\alpha) - \cos(\alpha)$	1	Už teisingai gautą atsakymą.

12. Sprendimas

(2)

$$\begin{aligned} \sin \alpha \cdot \cos 3\pi + \cos \alpha \cdot \sin 3\pi + \cos \alpha \cdot \cos 3\pi + \sin \alpha \cdot \sin 3\pi &= \\ \sin \alpha \cdot (-1) + \cos \alpha \cdot 0 + \cos \alpha \cdot (-1) + \sin \alpha \cdot 0 &= -\sin \alpha - \cos \alpha \end{aligned}$$

$$\text{Ats.: } -\sin \alpha - \cos \alpha$$

2 t, kitas
būdas

12.

Sprendimas $\sin(\alpha + 3\pi) + \cos(\alpha - 3\pi)$

(2)

$$1) \sin(\alpha + 3\pi) = \sin \alpha \cos 3\pi + \cos \alpha \sin 3\pi$$

$$2) \cos(\alpha - 3\pi) = \cos \alpha \cos 3\pi + \sin \alpha \sin 3\pi$$

$$\sin(\alpha + 3\pi) + \cos(\alpha - 3\pi) = \sin \alpha \cos 3\pi + \cos \alpha \sin 3\pi + \cos \alpha \cos 3\pi + \sin \alpha \sin 3\pi = \cos \alpha (\sin 3\pi + \cos 3\pi) +$$

$$+ \sin \alpha (\sin 3\pi + \cos 3\pi) = (\sin 3\pi + \cos 3\pi)(\sin \alpha + \cos \alpha)$$

$$\text{Ans.: } (\sin 3\pi + \cos 3\pi)(\sin \alpha + \cos \alpha)$$

1 t P

12.

Sprendimas

(2)

$$\sin \alpha + 3\pi + \cos(\alpha - 3\pi) = \sin \alpha \cdot \cos 3\pi + \cos \alpha \cdot \sin 3\pi + \cos \alpha \cdot \cos 3\pi +$$

$$\sin \alpha \cdot \sin 3\pi = (\sin \alpha \cdot \cos \alpha) + (\cos 3\pi \cdot \sin 3\pi) + (\sin \alpha \cdot \cos \alpha) + (\cos 3\pi \cdot$$

$$\sin 3\pi) = 2 \sin \alpha \cos \alpha + 2 \cos 3\pi \sin 3\pi =$$

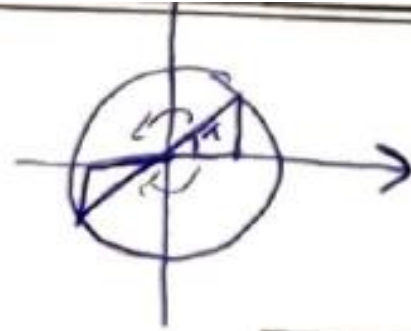
$$= \sin 2\alpha + \sin 6\pi = \sin 12\pi \alpha$$

$$\text{Ans.: } \sin 12\pi \alpha$$

1 t P

2. Sprendimas

$$\sin(\alpha + 3\pi) + \cos(\alpha + 3\pi) =$$
$$= -\sin \alpha - \cos \alpha$$



Ats.: $-\sin \alpha - \cos \alpha$

2 t

12. Sprendimas

$$\sin(\alpha + 3\pi) + \cos(\alpha - 3\pi) = \sin(\alpha + \pi) + \cos(\alpha - \pi) = -\sin(\alpha) + (-\cos \alpha) =$$
$$= -\sin \alpha - \cos \alpha$$

Ats.: $-\sin \alpha - \cos \alpha$

2 t

12.

Sprendimas

$$\sin(\alpha + 3\pi) + \cos(\alpha - 3\pi) = \sin(3\pi + \alpha) - \cos(3\pi - \alpha) = \sin \alpha - \cos(-\alpha) = \sin \alpha + \cos \alpha \quad (2)$$

Ats.: $\sin \alpha + \cos \alpha$

0 t

13. Bendrovė „Gražiagirė“ planuoja sutvarkyti 2000 hektarų miško plotą. Pirmaisiais metais bendrovė sutvarkė 12 hektarų miško. Kiekvienais kitais metais bendrovė planuoja sutvarkyti 1,5 karto didesnį plotą negu ji sutvarkė praėjusiais metais.

13.1. Apskaičiuokite, kiek hektarų miško bendrovė planuoja sutvarkyti 7-aisiais metais.

Atsakymą parašykite hektarais vienetų tikslumu.

(2 taškai)

13.1		2	
	$12 \cdot 1,5^6 =$	1	Už teisingai sudarytą reiškinį ar formulės panaudojimą.
	$= \frac{2187}{16} = 136,6875 \approx 137 \text{ (ha)}.$ Ats.: 137 ha (arba 137)	1	Už teisingai gautą atsakymą.

13.1. Sprendimas $b_1 = 12$; $q = 1,5$

$$b_7 = 12 \cdot (1,5)^{7-1} \approx \underline{\underline{137 \text{ ha}}}$$

Ats.: 137 ha

13.1. Sprendimas

$$q = 1,5$$

$$b_7 = 12 \cdot 1,5^6 = 137$$

Ats.: 137 hektarų

13.1-2t

13.1. Sprendimas $12 \cdot 1,5 = 18$ $18 \cdot 1,5 = 27$ $27 \cdot 1,5 = 40,5$ $40,5 \cdot 1,5 = 60,75^{(2)}$
 $60,75 \cdot 1,5 = 91,125$ $91,125 \cdot 1,5 = 136,6875$
 ~~$136,6875 \cdot 1,5 = 205$~~

Ats.: 137 hektarus

(21)

2 t, nors skaičiuoja be formulės

13.1. Sprendimas pirmajais 12 antrajais $12 \cdot 1,5 = 18$ treč., $18 \cdot 1,5 = 27$

ketv. $27 \cdot 1,5 = 40,5$ penkt $40,5 \cdot 1,5 = 60,75$ šest. $60,75 \cdot 1,5 = 91,125$

Sept. $91,125 \cdot 1,5 = 136,6875 \approx 136$ ha

Ats.: 136 ha

1 t P, neteisingai suapvalinta

13.2. Kiek iš viso hektarų miško bendrovė planuoja sutvarkyti per pirmus 8 metus?

Atsakymą parašykite hektarais dešimčių tikslumu.

(2 taškai)

13.2		2	
	$S_8 = \frac{12 \cdot (1,5^8 - 1)}{1,5 - 1} =$	1	Už teisingą formulės panaudojimą.
	$= 24 \cdot (1,5^8 - 1) = 24 \cdot \left(\frac{6561}{256} - 1\right) = 24 \cdot \frac{6305}{256} = \frac{1895}{32} =$ $= 591,09375 \approx 590 \text{ (ha)}.$ <i>Ats.: 590 ha (arba 590)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.

Pastaba. Jei mokinys mato aritmetinę progresiją, tai 0 t

13.2. Sprendimas

(2)

$$S_8 = \frac{12 - 1,5 \cdot 12 \cdot 1,5^{8-1}}{1 - 1,5} \approx 590 \text{ hektarų}$$

Ats.: 590

2 t

13.2. Sprendimas

(2)

$$S_8 = \frac{b_1(1 - q^8)}{1 - q} \quad S_8 = \frac{12 \cdot (1 - 1,5^8)}{1 - 1,5} = \frac{18915}{-0,5} \approx 37830 \text{ ha}$$

Ats.: $S_8 = 37830 \text{ ha}$

13.3. Sprendimas

2 t

13.2. Sprendimas

$$S_8 = \frac{12(1-1,5^8)}{1-1,5} \approx \underline{\underline{591 \text{ ha}}}$$

Ats.: 591 ha

13.2. Sprendimas

$$S_8 = \frac{12(1-1,5^8)}{1-1,5} = 591,1$$

Ats.: 591,1 hektary

1 t, P, neteisingai suapvalinta

13.2.

Sprendimas

$$136,6875 \cdot 1,5 = 205,03125$$

$$14 + 12 + 27 + 40,5 + 60,75 + 91,125 + 136,6875 + 205,03125 \approx 591,1 \text{ hektarų}$$

Ats.: 591,1 hektary

13.2.

Sprendimas

$$\text{aštuntais } 136,6875 \cdot 1,5 = 205,03125$$

$$15 \text{ viso } 12 + 18 + 27 + 40,5 + 60,75 + 91,125 + 136,6875 + 205,03125 \approx 591,1 \text{ ha}$$

Ats.: 591,1 ha

0 t, be formulės, nesuapvalinta

13.3. Per kiek metų bendrovė planuoja sutvarkyti visą 2000 hektarų plotą?

(2 taškai)

13.3		2	
	$S_n = \frac{12 \cdot (1,5^n - 1)}{1,5 - 1} = 2000,$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$24 \cdot (1,5^n - 1) = 2000, \quad 1,5^n = \frac{2024}{24} = \frac{253}{3},$ $n = \log_{1,5} \left(\frac{253}{3} \right) = 10,937 \dots$ <i>Ats.: 11 metų (arba 11 m., arba 11)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.

13.3.

Sprendimas

$$S_x = \frac{b_1(1-q^x)}{1-q}$$

$$\frac{12(1-1,5^x)}{1-1,5} = 2000$$

$$12(1-1,5^x) = -1000 : 12$$

$$1-1,5^x = -\frac{250}{3}$$

$$-1,5^x = -\frac{253}{3} : (-1)$$

$$1,5^x = \frac{253}{3}$$

$$\log_{1,5} \left(\frac{253}{3} \right) = x$$

$$x \approx 11 \text{ metų}$$

Ats.: 11 metų

(2)

13.3.

Sprendimas

$$2000 = \frac{12 - 1,5^n \cdot 12}{-0,5} \Rightarrow -1000 = 12 - 1,5^n \cdot 12 \Rightarrow \frac{-1012}{12} = -1,5^n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1,5^n = \frac{1012}{12}$$

$$\log_{1,5} \frac{1012}{12} = n \Rightarrow n \approx 11$$

Ats.: 11

(2)

13.3.

Sprendimas

$$\begin{aligned}
 9 \text{ metrai} & 205,03125 \cdot 1,5 = 307,546875 \text{ ha} \\
 10 \text{ metrai} & 307,546875 \cdot 1,5 = 461,3203125 \text{ ha} \\
 11 \text{ metrai} & 461,3203125 \cdot 1,5 = 691,9804688 \text{ ha}
 \end{aligned}$$

PP

(2)

$$8 \text{ metrai} + 9 \text{ metrai} + 10 \text{ metrai} + 11 \text{ metrai} =$$

$$= 2051,941344 \approx 2051 \text{ ha} \quad 2051 \text{ ha} > 2000 \text{ ha}$$

Ats.: 11 metrai

2 t, yra pagrindimas

13.3.

Sprendimas

$$\frac{2000 \cdot 12 \cdot 1,5 b_n}{4 - 1,5}$$

$$\text{dens } m. = 12 \cdot 1,5^8 \approx 307,5$$

$$\text{dcoiml. } m = 12 \cdot 1,5^9 \approx 461,3$$

$$2000 - 3000 \cdot 12 \cdot 1,5 b_n \quad \text{vienod. } m. \approx 691,98$$

$$591,1 + 307,5 + 461,3 + 691,98 = 2051,88$$

$$b_n = 674,6$$

$$b_n = 674,6 \quad 6666667 \cdot 1,5 m$$

Ats.:

~~674,6 m~~
17 metry

1 t, formulės nereikalauja, nėra pagrindimo

13.3.

Sprendimas

$$2000 = \frac{12(1-1,5^n)}{-0,5}$$

$$12(1-1,5^n) = -1000 \quad | : 12$$

$$1-1,5^n = -83\frac{1}{3}$$

$$1,5^n = 84\frac{1}{3}$$

$$1,5^{11} \approx 86,5$$

Ats.: 11 metų

1t. Trūksta sprendimo, pagrindimo

13.3.

Sprendimas

$$\begin{aligned}
 2000 &= \frac{12(1 - 1,5^n)}{1 - 1,5} \\
 2000 &= \frac{12(1 - 1,5^n)}{-0,5} \quad | \cdot (-0,5) \\
 -1000 &= 12 - 12 \cdot 1,5^n \\
 -1012 &= 12 - 1,5^n \quad | : 12 \\
 \frac{-253}{3} &= 1,5^n \\
 n &= 11
 \end{aligned}$$

(2)

Ats.: 11 metai

1t. Trūksta sprendimo, pagrindimo

13.3.

Sprendimas

$$b_1 = 12$$

$$q = 1,5$$

$$S_n = 2000$$

~~$$S_n = b_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$~~

$$1) S_n = \frac{b_1 - q b_n}{1 - q}$$

$$\frac{12 - 1,5 b_n}{- \frac{1}{2}} = 2000 \quad | \cdot (-\frac{1}{2})$$

$$12 - 1,5 b_n = -1000$$

$$-1,5 b_n = -1012 \quad | : (-1,5)$$

$$b_n \approx 674,67$$

$$2) b_n = b_1 q^{n-1}$$

$$12 \cdot 1,5^{n-1} = 674,67 \quad | : 12$$

$$1,5^{n-1} = 56,22$$

$$1,5^{n-1} \approx 1,5^{10}$$



$$n-1 = 10$$

$$n = 11$$

Ats.: 11 metry.

(2)

1 t, nestandartinis spr., bet trūksta pagrindimo

13.3.

Sprendimas $\frac{12 \cdot (1 - 1,5^n)}{1 - 1,5} = 2000 / -0,5$ $\log_{1,5} 82,33 = n$ (2)

$$12 - 12 \cdot 1,5^n = -1000$$

$$12 \cdot 1,5^n = 988 \quad \times$$

$$1,5^n = 82,33$$

$$n = 10,8783$$

Pev 11 metų sutvarkys plotą

Ats.: 11 metų

1t. P; aritm. klaida

13.3. Sprendimas

(2)

$$12 \cdot (1,5)^{n-1} = 2000$$

$$(1,5)^{n-1} = \frac{500}{3}$$

$$(1,5)^n \cdot (1,5)^{-1} = \frac{500}{3} \cdot (1,5)^{-1}$$

$$(1,5)^n = 250$$

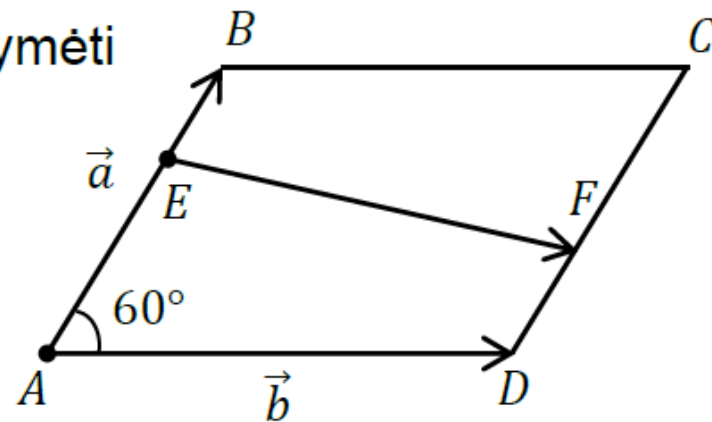
$$\log_{1,5} 250 \approx 14 \text{ metų}$$

Ats.: Maždaug 14 metų

0t. Ne tą skaičiuoja
Jei nesupranta, kad suma, tai 0 t

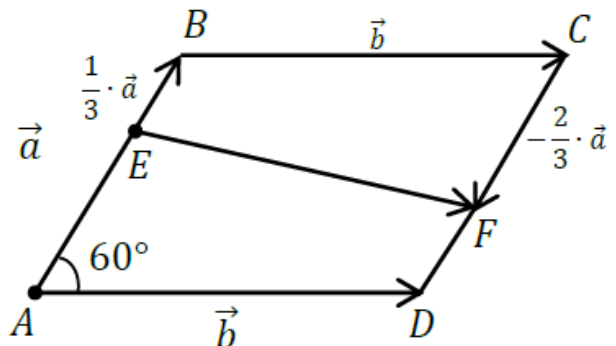
14. Paveiksle pavaizduotas lygiagretainis $ABCD$, kurio $AB = 3$,
 $AD = 4$, o $\angle A = 60^\circ$. Lygiagretainio kraštinėse AB ir DC yra pažymėti
 taškai E ir F taip, kad $AE:EB = CF:FD = 2:1$.

Žinoma, kad $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ir $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.

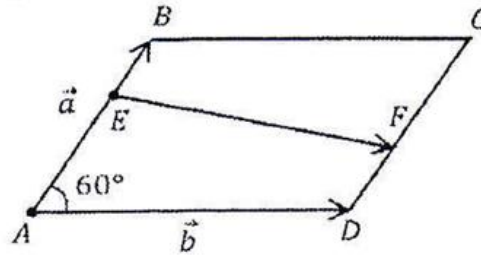


(2 taškai)

14.1. Vektorių \overrightarrow{EF} išreikškite vektoriais \vec{a} ir \vec{b} .

14.1		2	
	$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CF};$	1	Už teisingą \overrightarrow{EF} išraišką vektoriais, esančiais lygiagretainio kraštinėse.
		1	Už teisingai gautą atsakymą.
	$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CF} = \frac{1}{3} \cdot \vec{a} + \vec{b} + (-\frac{2}{3} \cdot \vec{a}) = \vec{b} - \frac{1}{3} \cdot \vec{a}.$ <p>Ats.: $\vec{b} - \frac{1}{3} \cdot \vec{a}$</p>		

14.1. Sprendimas



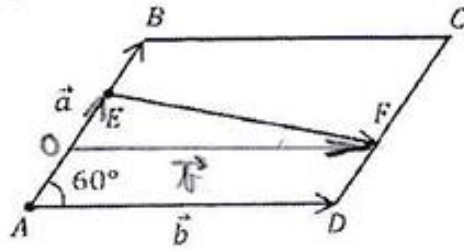
$$\vec{EF} = -\frac{2}{3}\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{3}\vec{a} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b}$$

(2)

Ats.: $\vec{EF} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b}$

2 t

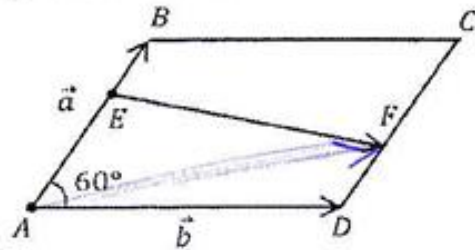
14.1. Sprendimas



$$\begin{aligned}\vec{EF} &= \vec{OF} - \vec{OE} \\ \vec{EF} &= \vec{b} - \frac{1}{3}\vec{a}\end{aligned}$$

Ats.: $\vec{EF} = \vec{b} - \frac{1}{3}\vec{a}$

14.1. Sprendimas



$$1) \vec{AF} = \vec{b} + \frac{1}{3}\vec{DC} = \vec{b} + \frac{1}{3}\vec{AB} = \vec{b} + \frac{1}{3}\vec{a}$$

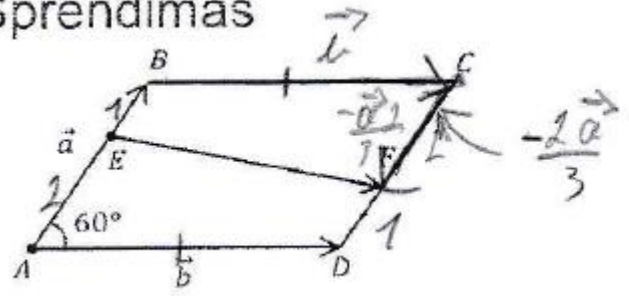
$$2) \vec{EF} = \vec{EA} + \vec{AF} = -\frac{2}{3}\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{3}\vec{a} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b}$$

Ats.: $\vec{EF} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b}$

2 t; taiko trikampio tais.

14.1. Sprendimas

(2)

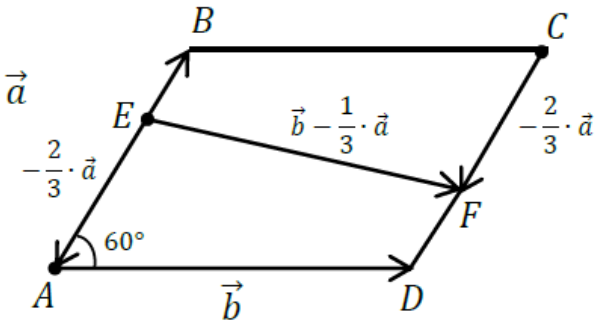


Ats.: $-\frac{2\vec{a}}{3} + \vec{b}$

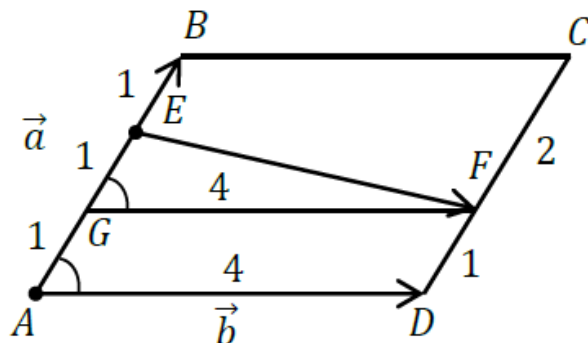
0 t

14.2. Apskaičiuokite vektorių \overrightarrow{EF} ir \overrightarrow{CF} skaliarinę sandaugą.

(3 taškai)

14.2		3	
	<p>I būdas</p>  <p>$\overrightarrow{EF} = \vec{b} - \frac{1}{3} \cdot \vec{a}$, $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{EA} = -\frac{2}{3} \cdot \vec{a}$;</p> <p>$\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{CF} = \left(\vec{b} - \frac{1}{3} \cdot \vec{a}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3} \cdot \vec{a}\right) =$ $= -\frac{2}{3} \cdot \vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{2}{9} \cdot (\vec{a})^2 =$</p> <p>$= -\frac{2}{3} \cdot \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos(\angle(\vec{a}; \vec{b})) + \frac{2}{9} \cdot \vec{a} ^2 =$</p> <p>$= -\frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos(60^\circ) + \frac{2}{9} \cdot 3^2 = -8 \cdot \frac{1}{2} + 2 =$ $= -2.$</p> <p>Ats.: $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{CF} = -2$ (arba -2)</p>	1	Už teisingai gautą vektorių \overrightarrow{EF} ir \overrightarrow{CF} skaliarinės sandaugos išraišką vektoriais \vec{a} ir \vec{b} .
		1	Už teisingą vektorių skaliarinės sandaugos bent vienos formulės pritaikymą.
		1	Už teisingai gautą atsakymą.

II būdas



$$\begin{aligned}\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{CF} &= |\overrightarrow{EF}| \cdot |\overrightarrow{CF}| \cdot \cos(\angle(\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{CF})) = \\ &= |\overrightarrow{EF}| \cdot |\overrightarrow{EA}| \cdot \cos(\angle(\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{EA}));\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}EF^2 &= EG^2 + GF^2 - 2 \cdot EG \cdot GF \cdot \cos(\angle EGF), \\ EF^2 &= 1^2 + 4^2 - 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot \cos(60^\circ), \\ EF &= \sqrt{13}; \\ GF^2 &= EG^2 + EF^2 - 2 \cdot EG \cdot EF \cdot \cos(\angle GEF), \\ 4^2 &= 1^2 + \sqrt{13}^2 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{13} \cdot \cos(\angle GEF), \\ \cos(\angle GEF) &= -\frac{\sqrt{13}}{13};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{CF} &= |\overrightarrow{EF}| \cdot |\overrightarrow{CF}| \cdot \cos(\angle(\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{CF})) = \\ &= \sqrt{13} \cdot 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{13}}{13}\right) = -2.\end{aligned}$$

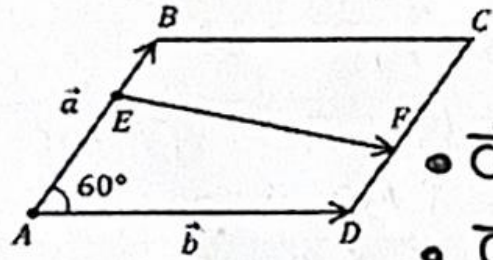
$$\text{Ats.: } \overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{CF} = -2 \quad (\text{arba } -2)$$

1 Už teisingą vektorių skaliarinės sandaugos formulės pritaikymą.

1 Už teisingai apskaičiuotas EF ir $\cos(\angle GEF)$ reikšmes.

1 Už teisingai gautą atsakymą.

14.2. Sprendimas



$$\vec{EF} \cdot \vec{CF} = \vec{FE} \cdot \vec{FC} = - \left(-\frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b} \right) \cdot \frac{2}{3}\vec{a} = \left(\frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b} \right) \cdot \frac{2}{3}\vec{a} = \quad (3)$$

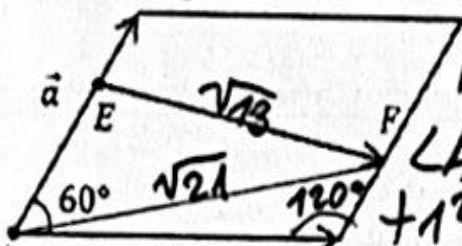
$$= \frac{2}{9}\vec{a}^2 - \frac{2}{3}\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{2}{9} \cdot 9 - \frac{2}{3} \cdot 6 = 2 - 4 = -2$$

$$\bullet \vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ = 6$$

$$\bullet \vec{a}^2 = |\vec{a}|^2 = 3^2 = 9$$

Ats.: -2

3t

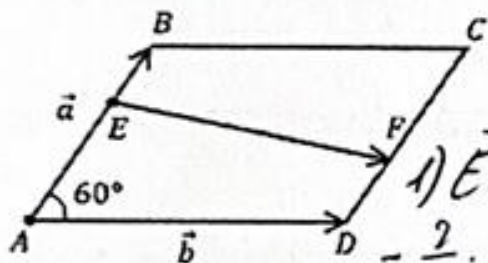
14.2. Sprendimas $\vec{EF} \cdot \vec{CF} = \vec{EF} \cdot \vec{EA} = |\vec{EF}| \cdot |\vec{EA}| \cdot \cos \angle FEA$; 1) $|\vec{EF}|^2 = (\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{a})^2 = \vec{b}^2 - \frac{2}{3}\vec{b} \cdot \vec{a} + \frac{1}{9}\vec{a}^2 =$
 $= |\vec{b}|^2 - \frac{2}{3}|\vec{b}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos(\vec{a}; \vec{b}) + \frac{1}{9}|\vec{a}|^2 = 4^2 - \frac{2}{3} \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ + \frac{1}{9} \cdot 3^2 = 16 - 4 + 1 = 13$

 $|\vec{EF}| = \sqrt{13}$; 2) $|\vec{EA}| = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2$; 3) $AF^2 = AD^2 + FD^2 - 2 \cdot AD \cdot FD \cdot \cos \angle ADF$
 $\angle ADF = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ (vidaus vienasaliai kampai; $AB \parallel DC$); $AF^2 = 4^2$
 $+ 1^2 - 2 \cdot 4 \cdot 1 \cdot \cos 120^\circ = 21$ (kosinų teorema); $AF = \sqrt{21}$; 4) $AF^2 = AE^2$
 $+ EF^2 - 2 \cdot AE \cdot EF \cdot \cos \angle AEF$; $21 = 2^2 + 13 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{13} \cdot \cos \angle AEF$;
 $\cos \angle AEF = -\frac{\sqrt{13}}{13}$; 5) $\vec{EF} \cdot \vec{CF} = \sqrt{13} \cdot 2 \cdot (-\frac{\sqrt{13}}{13}) = -2$

Ats.: -2

15.1 Sprendimas

3t; kitas būdas

14.2. Sprendimas



$$|\vec{EF}|^2 = |\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{a}|^2 = \vec{b}^2 - \frac{2}{3}\vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{1}{9}\vec{a}^2$$

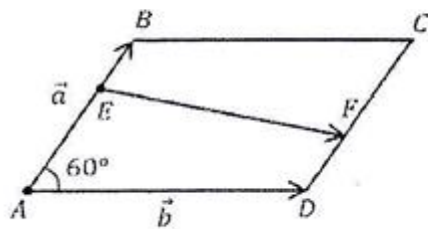
$$2) \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 60^\circ = 3 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 6$$

$$1) \vec{EF} \cdot \vec{CF} = (\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{a}) \cdot (\frac{2}{3}\vec{a}) = \frac{2}{3}\vec{a} \cdot \vec{b} - \frac{2}{9}\vec{a}^2 = \frac{2}{3} \cdot 6 - \frac{2}{9} \cdot 9 = 4 - 2 = 2$$

Ats.: 2

2t; AT; klaida užrašant CF

14.2. Sprendimas



$$1) |\vec{EF}| = -\frac{1}{3}|\vec{a}| + |\vec{b}| = -\frac{1}{3} \cdot 3 + 4 = 3$$

(3)

$$2) |\vec{CF}| = -\frac{2}{3}|\vec{a}| = -\frac{2}{3} \cdot 3 = -2$$

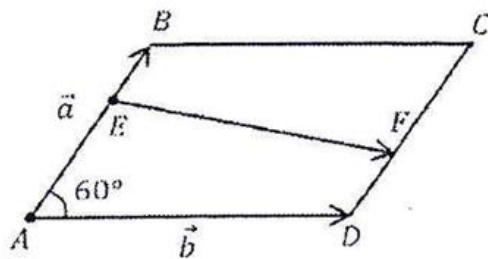
$$3) \vec{EF} \cdot \vec{CF} = |\vec{EF}| \cdot |\vec{CF}| \cdot \cos \angle EFC = 3 \cdot (-2) \cdot \cos \angle EFC$$

Ats.:

1 t P, II būdas

Būtinai turi būti teisingai nurodytas kampas

14.2. Sprendimas



$$\vec{CF} = -\frac{2}{3} \vec{a}$$

$$\vec{EF} \cdot \vec{CF} = \left(-\frac{1}{3} \vec{a} + \vec{b}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3} \vec{a}\right)$$

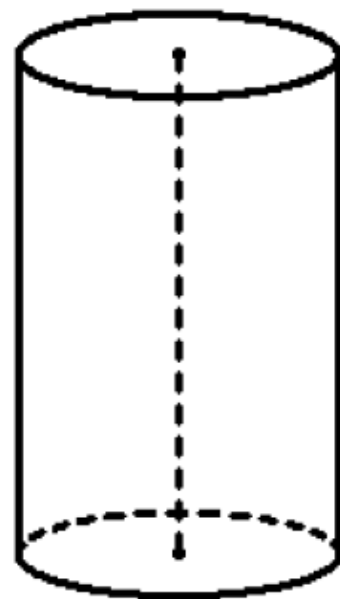
Ats.:

0 t; trūksta P taškui

15. Ritinio formos uždaros skardinės viso paviršiaus plotas lygus 50 cm^2 .

15.1. Ritinio spindulio ilgį pažymėję r (cm), parodykite, kad šios ritinio formos skardinės tūrį V (cm^3) galima išreikšti funkcija $V(r) = 25r - \pi r^3$.

(3 taškai)



15.2. Raskite $V'(r)$.

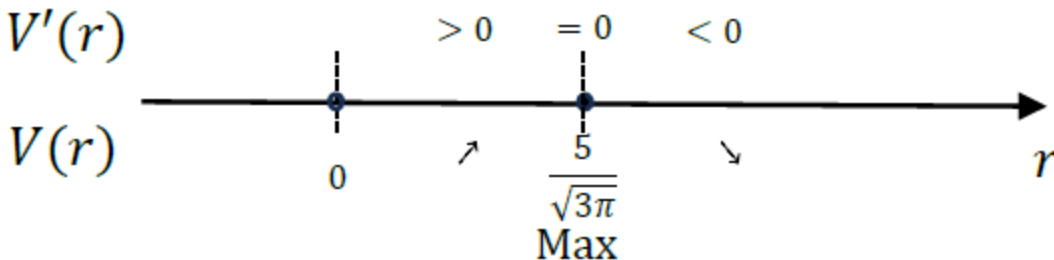
(2 taškai)

15.3. Apskaičiuokite didžiausią galimą šios skardinės tūrį (cm^3). Skaičiuodami vietoje π imkite 3. Atsakymą pateikite vienetų tikslumu.

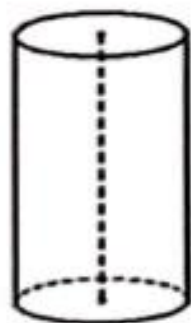
(4 taškai)

15.1		3	
	$2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot H = 50,$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$H = \frac{25 - \pi r^2}{\pi r};$	1	Už teisingą ritinio aukštinės ilgio išraišką.
	$V = \pi r^2 \cdot H = \pi r^2 \cdot \frac{25 - \pi r^2}{\pi r} =$ $= r \cdot (25 - \pi r^2) = 25r - \pi r^3.$	1	Už teisingai gautą ritinio tūrio funkciją.

15.2		2	
	$V'(r) = (25r - \pi r^3)' = (25r)' - (\pi r^3)' =$ $= 25 - 3\pi r^2.$	1	Už teisingą $25r$ išvestinės radimą arba πr^3 išvestinės radimą.
	<i>Ats.:</i> $V'(r) = 25 - 3\pi r^2$ (arba $25 - 3\pi r^2$)	1	Už teisingai gautą atsakymą.

15.3		4	
	I būdas. Naudojamasi ritinio tūrio išvestine: $25 - 3\pi r^2 = 0, r^2 = \frac{25}{3\pi}, \Rightarrow r = -\frac{5}{\sqrt{3\pi}} \text{ (netinka)}, r = \frac{5}{\sqrt{3\pi}};$	1	Už lygties $V'(r) = 0$ teigiamo sprendinio apskaičiavimą.
		1	Už teisingą tūrio funkcijos maksimumo taško radimą.
	$V\left(\frac{5}{\sqrt{3\pi}}\right) = \frac{250\sqrt{3\pi}}{9\pi}.$	1	Už teisingą tūrio funkcijos maksimumo apskaičiavimą.
	$V\left(\frac{5}{\sqrt{3\cdot 3}}\right) = V\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{250\sqrt{3\cdot 3}}{9\cdot 3} = \frac{250}{9} = 27\frac{7}{9} = 27, (7) \approx 28.$ Ats.: 28 cm ³ (arba 28)	1	Už teisingai gautą atsakymą.

15.1. Sprendimas



$$\begin{aligned} 50 &= 2\pi r^2 + 2\pi r h \\ 50 &= 2\pi r (r+h) \quad | :2 \\ 25 &= \pi r (r+h) \\ r+h &= \frac{25}{\pi r} \\ h &= \frac{25}{\pi r} - r \end{aligned}$$

$$V = \pi r^2 h$$

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 \left(\frac{25}{\pi r} - r \right) = \frac{25\pi r^2}{\pi r} - \pi r^3 = \\ &= 25r - \pi r^3 \end{aligned}$$

1. 3t

15.2 Sprendimas

$$V'(r) = 25 - 3\pi r^2$$

$$\text{Ats.: } 25 - 3\pi r^2$$

2. 2t

15.3 Sprendimas

$$\begin{aligned} 25 - 9r^2 &\times \\ -9r^2 &= -25 \quad | :(-9) \\ r^2 &= 2\frac{7}{9} \\ r &= 1\frac{2}{3} \times \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c} f'(x) + \\ f(x) \times \end{array} \nearrow 1\frac{2}{3} \searrow -$$

$$V(r) = 25 \cdot 1\frac{2}{3} - \pi \cdot \left(1\frac{2}{3}\right)^3 = 27\frac{7}{9} \times$$

3. 2t, AT

$$\text{Ats.: } 27\frac{7}{9} \text{ cm}^3$$

$$V = \pi r^2 \cdot H$$

$$2\pi r^2 + 2\pi r \cdot H = 50 \quad /:2$$

$$\pi r^2 + \pi r \cdot H = 25$$

$$\pi r \cdot H = 25 - \pi r^2 \quad / \cdot r$$

$$\pi r^2 \cdot H = 25r - \pi r^3$$

15.1. Sprendimas



$$S = 2\pi r^2 + 2\pi rH$$

$$50 = 2\pi r^2 + 2\pi rH$$

$$H = \frac{50 - 2\pi r^2}{2\pi r}$$

$$V = \pi r^2 H$$

$$V = \pi r^2 \cdot \left(\frac{50 - 2\pi r^2}{2\pi r} \right)$$

$$V = r(25 - \pi r^2)$$

$$V = 25r - \pi r^3$$

(3)

1. 3t

15.2 Sprendimas

$$V'(r) = 25 - 3\pi r^2$$

+

Ats.: $25 - 3\pi r^2$

(2)

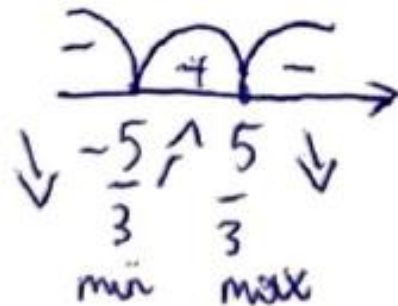
2. 2t

15.3 Sprendimas

$$25 - 3 \cdot 3 \cdot r^2 = 0$$

$$r^2 = -25 / (-9)$$

$$r = \pm \frac{5}{3}$$



$$V\left(\frac{5}{3}\right) = 25 \cdot \frac{5}{3} - 3 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^3$$

$$\approx 28 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$V'(-2) = -11 \quad V'(1) = 16$$

$$V'(2) = -11$$

Ats.: 28 cm^3

(4)

3. 3t, PTK

15.1. Sprendimas



$$S_{\text{visc}} = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

$$2\pi r^2 + 2\pi r h = 50 \quad | :2$$

$$\pi r^2 + \pi r h = 25 \quad | : \pi r$$

$$\times \quad r^2 + h = \frac{25}{\pi r}$$

$$h = \frac{25}{\pi r} - r$$

$$V = \pi r^2 \cdot \left(\frac{25}{\pi r} - r \right)$$

$$V = \frac{25\pi r^2}{\pi r} - \pi r^3 = 25r - \pi r^3$$

parodyta

(3)

1. 3t
(perrašymo klaida)

15.2. Sprendimas

$$V'(r) = 25 - 3\pi r^2$$

(2)

$$\text{Ats.: } V'(r) = 25 - 3\pi r^2$$

2. 2t

15.3. Sprendimas

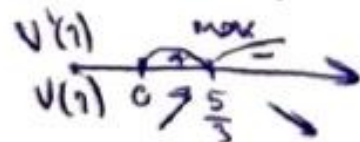
$$V'(r) = 0$$

$$25 - 3\pi r^2 = 0 \rightarrow \max$$

$$-3\pi r^2 = -25 \quad | : (-3\pi)$$

$$r^2 = \frac{25}{3\pi}$$

$$r_1 = \frac{5}{\sqrt{3\pi}} \quad r_2 = -\frac{5}{\sqrt{3\pi}} \quad (\text{net. } r > 0)$$



$$r \in (0; +\infty)$$

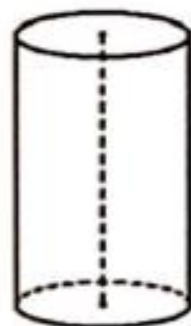
(4)

$$V = 25 \cdot \frac{5}{3} - 3 \cdot \left(\frac{5}{3} \right)^3 \approx 28 \text{ cm}^3$$

3. 4t

$$\text{Ats.: } 28 \text{ cm}^3$$

15.1. Sprendimas



$$S_{\text{dab.}} = \pi r^2 \cdot 2 + 2\pi r h$$

$$50 = 2\pi r (r + h)$$

$$\frac{25}{\pi r} = r + h$$

$$\frac{25}{\pi r} - r = h$$

$$V = \pi r^2 h$$

$$V = \pi r^2 \left(\frac{25}{\pi r} - r \right)$$

$$V = 25r - \pi r^3 \quad (\text{įrodys})$$

(3)

1. 3t

15.2. Sprendimas

$$V(r) = 25r - \pi r^3$$

$$V'(r) = 25 - 3\pi r^2$$

(2)

2. 2t

Ats.: $25 - 3\pi r^2$

15.3. Sprendimas

$$r \in (0; \infty)$$

$$V' = 25 - 3 \cdot 3r^2 = 25 - 9r^2$$

$$0 = 25 - 9r^2$$

$$r^2 = \frac{25}{9}$$

$$r = \frac{5}{3} \quad (\text{max})$$

$$r = -\frac{5}{3} \quad (\text{neįtinka sąlygai})$$

$$V_{\left(\frac{5}{3}\right)} = 25 \cdot \frac{5}{3} - 3 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^3 = 27\frac{2}{3} \text{ cm}^3$$

(4)

3. 3t, PTK

Ats.: 28 cm^3

15.1. Sprendimas



$$V = \pi r^2 H$$

$$2\pi r^2 + 2\pi r H = 50$$

$$2(\pi r^2 + \pi r H) = 50 \quad / : 2$$

$$\pi r^2 + \pi r H = 25$$

$$\pi r^2 = 25 - \pi r H$$

$$V = (25 - \pi r H) \cdot H = 25H - \pi r H^2$$

(3)

1. 1t, P

15.2 Sprendimas

$$V'(r) = 25 - 3\pi r^2$$

(2)

Ats.:

2. 2t

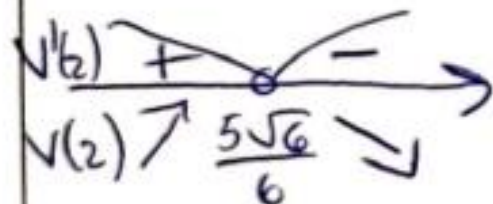
15.3 Sprendimas

$$25 - 3 \cdot 3r^2 = 25 - 6r^2$$

$$25 - 6r^2 = 0$$

$$r_1 = \frac{5\sqrt{6}}{6} \quad r_2 = -\frac{5\sqrt{6}}{6} \text{ (net.)}$$

+



$$V = 25 \cdot \frac{5\sqrt{6}}{6} - 3\left(\frac{5\sqrt{6}}{6}\right)^3 \approx 25$$

(4)

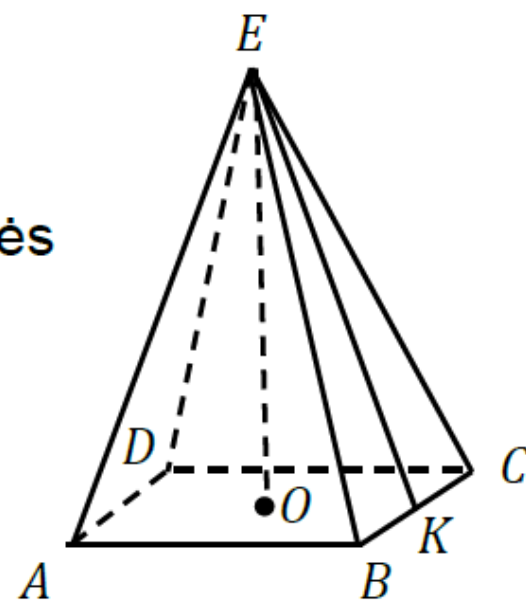
3. 3t, ATK

Ats.: 25 cm³

16. Paveiksle pavaizduota taisyklingoji keturkampė piramidė $EABCD$,

jos aukštinė EO ir piramidės šoninės sienos EBC aukštinė EK .

Žinoma, kad piramidės pagrindo kraštinės AB ilgis lygus 8 cm, o piramidės šoninės briaunos EB ilgis lygus 10 cm.

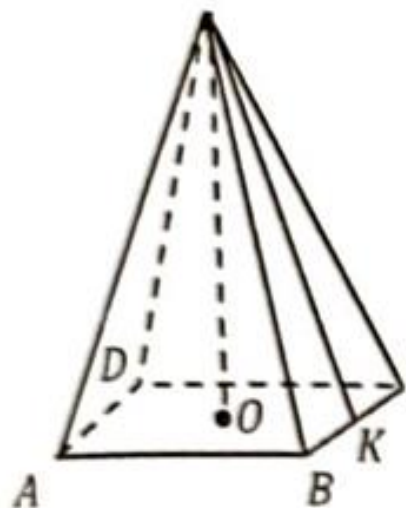


16.1. Apskaičiuokite piramidės aukštinės EO ilgį.

(2 taškai)

16.1		2	
	Iš stačiojo trikampio EKB ($EB = 10, BK = \frac{8}{2} = 4$): $EK = \sqrt{100 - 16} = \sqrt{84}$ (cm).	1	Už teisingai apskaičiuotą EK ilgį.
	Iš stačiojo trikampio EOK ($EK = \sqrt{84}, OK = \frac{8}{2} = 4$): $EO = \sqrt{84 - 16} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$ (cm).	1	Už teisingai gautą atsakymą.
	Ats.: $EO = 2\sqrt{17}$ cm (arba $\sqrt{68}$)		

16.1. Sprendimas



$$EO = ? \quad AB = 8 \text{ cm}, \quad EB = 10 \text{ cm}$$

$$AB = BC = DC = AD$$

$$BK = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ (cm)}$$

$$EK = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21}$$

$$OK = BK = 4 \text{ cm}$$

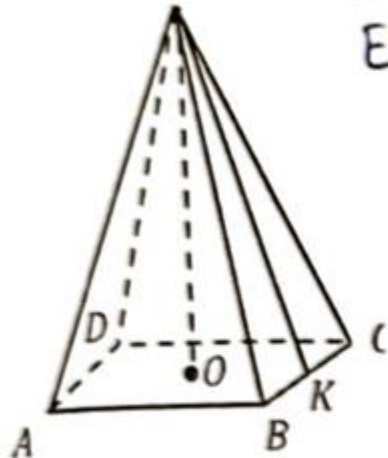
$$EO = \sqrt{(2\sqrt{21})^2 - 4^2} \\ = \underline{\underline{2\sqrt{17} \text{ (cm)}}}$$

(2)

Ats.: $2\sqrt{17} \text{ cm}$

2 t. Pagal instrukciją

16.1. Sprindimas



$$OB = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$
$$EO = \sqrt{10^2 - (4\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{17}$$

(2)

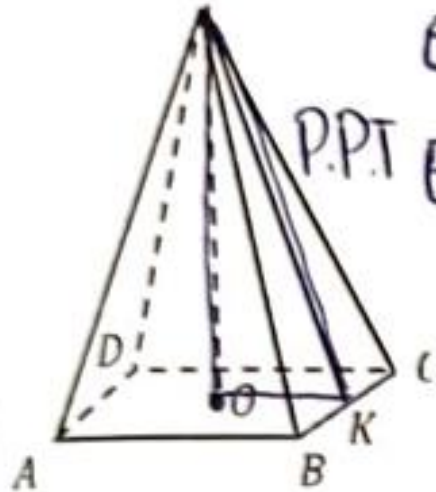
Ats.: $2\sqrt{17}$ cm

16.2 Sprindimas

2 t, dar vienas būdas

16.1. Sprengimas

(2)



$$OK = 8 : 2 = 4$$

$$EO \perp OK$$

P.P.T

$$EO = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21} \text{ cm}$$

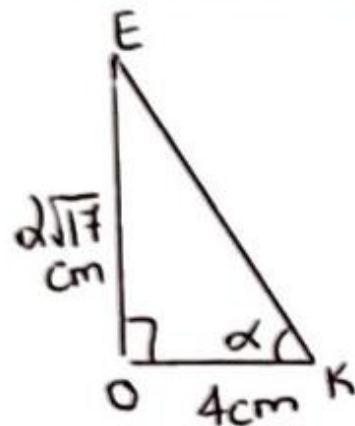
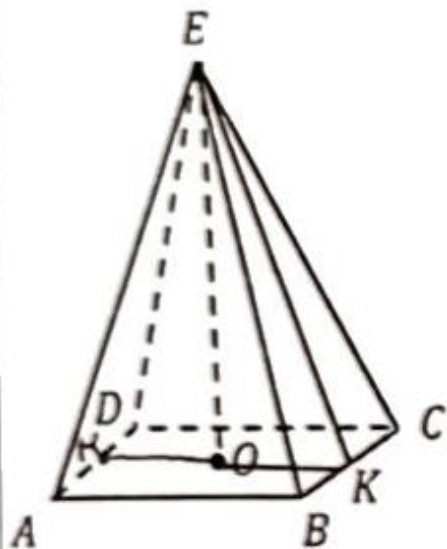
Ats.: $2\sqrt{21} \text{ cm}$

0 t, Rado EK, o ne OE

16.2. Apskaičiuokite kampo, kurį sudaro šios piramidės šoninė siena EBC su piramidės pagrindu $ABCD$, didumą laipsniais. Atsakymą pateikite dešimtųjų tikslumu.

(2 taškai)

16.2		2	
	$\angle(ABCD; EBC) = \angle EKO$. Iš stačiojo trikampio EOK ($EK = \sqrt{84}$, $OK = 4$, $EO = \sqrt{68}$): $\frac{OK}{EK} = \cos(\angle EKO)$,	1	Už teisingai nurodytą ieškomą kampą arba teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.
	$\cos(\angle EKO) = \frac{4}{\sqrt{84}} = \frac{2}{\sqrt{21}} = \frac{2\sqrt{21}}{21}$, $\angle EKO = \arccos\left(\frac{2\sqrt{21}}{21}\right) = 64,123 \dots^\circ \approx 64,1^\circ$. <i>Ats.:</i> $64,1^\circ$ (arba 64,1)	1	Už teisingai gautą atsakymą.



$$EK = 8 \text{ cm}$$

$$OK = MO = 4 \text{ cm}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2\sqrt{17}}{4}$$

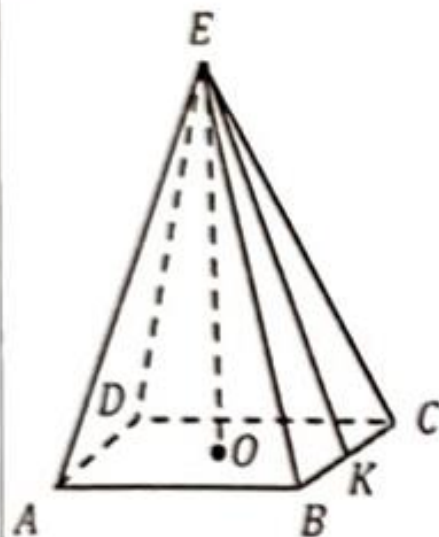
$$\angle \alpha = \arctg\left(\frac{2\sqrt{17}}{4}\right) \approx 64,1^\circ$$

Ats.: $\angle \alpha = 64,1^\circ$

2 t, svarbus apvalinimas

16.2. Sprendimas

(2)



$$OK = 4 \text{ cm}$$

$$EK = 2\sqrt{17} \text{ cm}$$

$$\cos \angle EKO = \frac{4}{2\sqrt{17}}$$

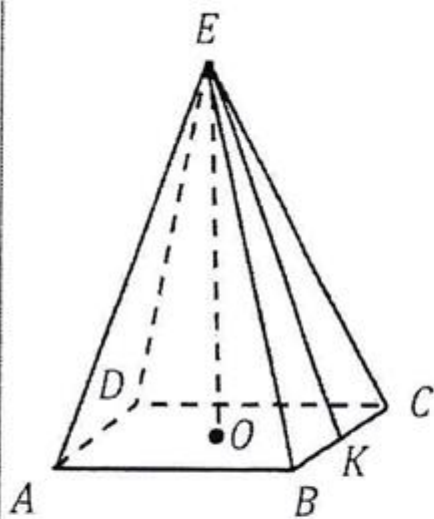
$$\arccos \frac{4}{2\sqrt{17}} \approx \underline{\underline{64,1^\circ}}$$

Ats.: $64,1^\circ$

2 t, kitas būdas

16.2. Sprendimas

(2)



Kadangi $\triangle EBK$ – status, nes aukštine
nuleista į BC stačiu kampu, tur

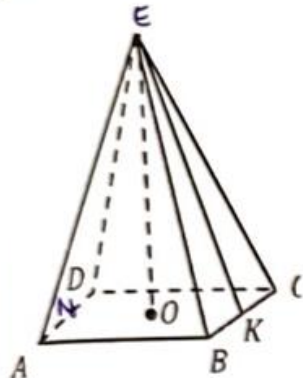
$$\cos \angle EBK = \frac{4}{2\sqrt{21}}$$

$$\alpha \approx 60^\circ$$

Ats.: $\alpha \approx 60^\circ$

0 t, ne to kampo ieško, apvalinimo nėra tinkamo

16.1. Sprendimas



$$OK = 10 : 2 = 5 \text{ cm (nes } AB \parallel NK)$$

$\triangle EBC$ lygiatūris, todėl EK yra aukštis ir pusiaukraštinė

$$KC = BC : 2 = AC : 2 = 5 \text{ cm}$$

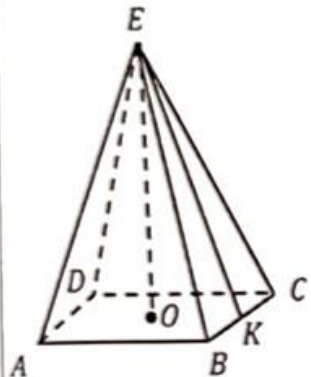
$$\text{P.P.t. } EK = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\text{P.P.t. } EO = \sqrt{(5\sqrt{3})^2 - 5^2} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

Ats.: $5\sqrt{2} \text{ cm}$

(2)

16.2. Sprendimas



$$\widehat{ABC}; \widehat{EBC} = \angle EKO$$

$\triangle EOK$ status, nes EO aukštis

$$\sin \angle EKO = \frac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}$$

$$\angle EKO \approx 54,7^\circ$$

Ats.: $\angle EKO = 54,7^\circ$

(2)

16. 1. 1t (Sprendžia su savo klaida. $AB=EC=10$;))

16.2 – 2t

17. Kavinėje vyksta reklamos akcija: kiekvienas lankytojas, nusipirkęs kakavos puodelį, iš dėžės atsitiktinai traukia vieną lipduką, kuriame yra nurodyta nuolaida kitam apsilankymui. Dėžėje yra 10 lipdukų su 5 % nuolaida, 6 lipdukai su 10 % nuolaida ir 4 lipdukai, rodantys nemokamą bandelę. Reklamos akcija vyks tol, kol lankytojas ištrauks paskutinį dėžėje esantį lipduką.

17.1. Apskaičiuokite tikimybę, kad pirmasis kavinės lankytojas ištrauks 10 % nuolaidos lipduką.
(1 taškas)

17.2. Pirmasis lankytojas ištraukė lipduką su 5 % nuolaida (lipdukai į dėžę negražinami). Kokia tikimybė, kad antrasis lankytojas ištrauks nemokamos bandelės lipduką?
(2 taškai)

17.3. Du draugai vienu metu nusiperka po puodelį kakavos ir abu traukia iš dėžės po vieną nuolaidos lipduką. Kokia tikimybė, kad abu draugai ištrauks lipdukus su vienoda nuolaida, t. y. abu ištrauks lipdukus su užrašyta 5 % nuolaida arba abu ištrauks lipdukus su užrašyta 10 % nuolaida, arba abu ištrauks lipdukus, rodančius nemokamą bandelę?

(3 taškai)

17.1		1	
	$\frac{6}{10+6+4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}.$ <i>Ats.:</i> $\frac{3}{10}$ (arba 0,3, arba $\frac{6}{20}$)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
17.2		2	
	$\frac{4}{9+6+4} = \frac{4}{19}.$ <i>Ats.:</i> $\frac{4}{19}$ (arba $\frac{4}{19}$)	1	Už teisingą trupmenos $\frac{4}{19}$ skaitiklio arba vardiklio nustatymą.
		1	Už teisingai gautą atsakymą.
17.3		3	
	P = P(10 %) + P(5 %) + P(bandelės)	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$\frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} + \frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} + \frac{4}{20} \cdot \frac{3}{19} = \frac{10 \cdot 9 + 6 \cdot 5 + 4 \cdot 3}{20 \cdot 19} =$	1	Už teisingai apskaičiuotą bent vieną dėmenį.
	$= \frac{132}{380} = \frac{66}{190} = \frac{33}{95}.$ <i>Ats.:</i> $\frac{33}{95}$ (arba $\frac{33}{95}$)	1	Už teisingai gautą atsakymą.

17.1. Sprendimas

(1)

$$\frac{\text{iš viso}}{\text{tinkami}} \mid \frac{20}{6}$$

$$P(A) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$\text{Ats.: } P(A) = \frac{3}{10}$$

1. 1t

17.2. Sprendimas

(2)

$$\frac{\text{iš viso}}{\text{tinkami}} \mid \frac{19}{4}$$

$$P(A) = \frac{4}{19}$$

$$\text{Ats.: } P(A) = \frac{4}{19}$$

2. 2t

17.3. Sprendimas

(3)

$$\frac{1}{10} + \frac{2}{6} + \frac{2}{4} = \frac{31}{30}$$

$$P(A) = \frac{\frac{31}{30}}{20} = \frac{31}{600}$$

Vertinimas

1. Atsakymas
2. Skaitiklis-1 taškas, vardiklis – 1 taškas
3. 1 taškas - už bent vieną sandaugą
1 taškas – už 3 sandaugų sumą
1 taškas – už atsakymą

3. 0t

17.1. Sprendimas

(1)

Iš viso ~~šiuo~~ lėpduktų $10+6+4=20$ lėpduktų

Kod išbrauks tikimybė - $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

Ats.: $\frac{3}{10}$

1. 1t

17.2. Sprendimas

(2)

Iš viso lėpduktų $10+6+4=20$ lėpduktų

Po pirmo ~~lėpduktų~~ lėpduktų dėjimo liko $20-1=19$ lėpduktų

Tikimybė, kad išbrauks lėpduktų su nemokama

bandele - $\frac{4}{19}$

Ats.: $\frac{4}{19}$

2. 2t

17.3. Sprendimas

(3)

Kadangi dėjime yra 20 lėpduktų, tai pirmasis draugas brauks iš 20 lėpduktų,

o antrasis iš 19 lėpduktų.

Tikimybė, kad abu draugai išbrauks lėpduktus su vienu metu nuolat da

$$\frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} + \frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} + \frac{4}{20} \cdot \frac{3}{19} = \frac{33}{95}$$

Ats.: $\frac{33}{95}$

3. 3t

17.1.

Sprendimas

(1)

A - „pirmasis bankytėjas ištraukęs 10% nuolaidos lypdukę“

$$P(A) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} \quad \Gamma - 10 + 6 + 4 = 20$$

Ats.: $\frac{3}{10}$

1. 1t

17.2.

Sprendimas

(2)

$$9 + 6 + 4 = 19$$

B - „antrasis bankytėjas ištraukęs nemokamos bandelės lypdukę“

$$P(B) = \frac{4}{19}$$

Ats.: $\frac{4}{19}$

2. 2t

17.3.

Sprendimas

(3)

C - „abie ištraukus lypdukus su vienoda nuolaida“

$$P(C) = \frac{C_{10}^2 + C_6^2 + C_4^2}{C_{20}^2} = \frac{66}{190} = \frac{33}{95}$$

+

Ats.: $\frac{33}{95}$

3. 3t

Kitaip supраста
sąlyga

17.1. Sprendimas

(1)

A - "pirmais kavinės lankytojas ištrauks 10% lipduką"

$$P(A) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

Ats.: $P(A) = \frac{3}{10}$

1. 1t

17.2. Sprendimas

(2)

B - "antrasis lankytojas ištrauks nemokamos bandelės lipduką"

$$\frac{10}{20} \cdot \frac{4}{19} = \frac{2}{19} \quad P(B) = \frac{2}{19}$$

Ats.: $P(B) = \frac{2}{19}$

2. 1t, P

17.3. Sprendimas

(3)

C - "abu draugai ištrauks lipdukus su vienuoda nuolaida"

$$\frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} + \frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} + \frac{4}{20} \cdot \frac{3}{19} = \frac{33}{95}$$

$$P(C) = \frac{33}{95}$$

Ats.: $P(C) = \frac{33}{95}$

3. 3t

17.1. Sprendimas

(1)

$$n = 10 + 6 + 4 = 20$$

$$k = 6$$

$$P = \frac{k}{n} ; P = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

Ats.: $\frac{3}{10}$

1. 1t

17.2. Sprendimas

(2)

Iš viso liko 19 lipdukų.

9 lipd. su 5% ; 6 lipd. su 10% ; 4 lipd. - nemokama bandelė.

$$n = 19$$

$$k = 4$$

$$P = \frac{k}{n} ; P = \frac{4}{19}$$

Ats.: $\frac{4}{19}$

2. 2t

17.3. Sprendimas

(3)

1) Tikimybė, kad abu ištrauktas po 5% nuolaidų:

$$n = C_{20}^2 = \frac{20 \cdot 19}{2!} = 190$$

$$k = 10 \quad \times$$

$$P_1 = \frac{10}{190} = \frac{1}{19}$$

2) Tik., kad abu ištrauktas po 10% nuolaidų:

$$n = C_{20}^2 = 190$$

$$k = 6 \quad \times$$

$$P_2 = \frac{6}{190} = \frac{3}{95}$$

3) Tik., kad abu ištrauktas po nemokamos bandelės lipdukų:

$$n = 190$$

$$k = 4 \quad \times$$

$$P_3 = \frac{2}{95}$$

4) Tikimybė, kad abu ištrauktas po vienodą lipduką:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 ; P = \frac{1}{19} + \frac{3}{95} + \frac{2}{95} = \frac{2}{19}$$

Ats.: $\frac{2}{19}$

3. 1t P

17.1. Sprendimas (1)

A - pirmasis lamuotis ištraukus 10% molių da

visos galimybės = $10 + 6 + 4 = 20$ $P(A) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

10% pod ištraukų - 6

Ats.: $P(A) = \frac{3}{10}$

1. 1t

17.2. Sprendimas (2)

A - antrasis lamuotis ištraukus menominos bandelių uponių

5% = $10 - 1 = 9$

10% = 6

bandelės lipomas = 4

visos = $6 + 4 + 9 = 19$

$P(A) = \frac{4}{19}$

Ats.: $P(A) = \frac{4}{19}$

2. 2t

17.3. Sprendimas (3)

visos galimybės = 20

ABU ištraukus 5% - A

ABU ištraukus 10% - B

ABU ištraukus bandelės - C

ABU ištraukus bet kas - G

$P(A) = \frac{10}{20} \cdot \frac{9}{20} = \frac{9}{40}$

$P(B) = \frac{6}{20} \cdot \frac{5}{20} = \frac{3}{40}$

$P(C) = \frac{4}{20} \cdot \frac{3}{20} = \frac{3}{100}$

$P(G) = \frac{9}{40} + \frac{3}{40} + \frac{3}{100} = \frac{33}{100}$

Ats.: $P(G) = \frac{33}{100}$

3. 1t P
Už sumą

18. Žinoma, kad $a = \log_2 m$ ir $b = \log_m 7$ ($m > 0, m \neq 1$). Pagrįskite, kad $\log_{14} m = \frac{a}{1+ab}$.
(3 taškai)

18		3	
	$\log_{14} m = \frac{\log_2 m}{\log_2 14} = \frac{a}{\log_2(2 \cdot 7)} = \frac{a}{\log_2 2 + \log_2 7} = \frac{a}{1 + \log_2 7}$	1	Už teisingą logaritmo pertvarkymą.
	$a \cdot b = \log_2 m \cdot \log_m 7 = \log_2 m \cdot \frac{\log_2 7}{\log_2 m} = \log_2 7$	1	Už teisingą sandaugos $a \cdot b$ radimą.
	$\log_{14} m = \frac{a}{1 + \log_2 7} = \frac{a}{1 + ab}$	1	Už teisingą įrodymą.

18. Sprendimas

(3)

$$\log_{14} m = \frac{\log_2 m}{\log_2 14} = \frac{a}{1 + \log_2 7} = \frac{a}{1 + ab}$$

$$\log_2 m = a$$

$$\log_2 14 = \log_2 2 + \log_2 7 = 1 + \log_2 7$$

$$\log_2 7 = \frac{\log_m 7}{\log_m 2} = \frac{\log_m 7 \cdot \log_2 m}{1} = a \cdot b$$

18. Sprendimas $2^a = m$ $m^b = 7$ $\log_{14} m = \frac{\log_2 m}{\log_2 14}$

$(2^a)^b = 7$

~~$2^{ab} = 7$~~

~~$ab = 2^7$~~

$$\frac{\log_2 m}{\log_2 14} = \frac{\log_2 2^a}{\log_2 14} = \frac{a}{\log_2 14} = \frac{a}{\log_2 (7 \cdot 2)} = \frac{a}{\log_2 2 + \log_2 7} = \frac{a}{1 + \frac{\log_2 m}{\log_2 2}} = \frac{a}{1 + \frac{b}{\log_2 m}} = \frac{a}{1 + \frac{b}{\frac{\log_2 2}{\log_2 m}}} = \frac{a}{1 + \frac{b}{\frac{1}{a}}} = \frac{a}{1 + ab}$$

3t

18. Sprendimas

(3)

$$\log_{14} m = \frac{\log_2 m}{\log_2 14} = \frac{a}{\log_2 2 + \log_2 7} = \frac{a}{1 + \log_2 7} =$$

1t P

18. Sprendimas

$$\log_{14} m = \frac{\log_2 m}{\log_2 14} = \frac{a}{\frac{\log_m 14}{\log_m 2}} = \frac{a \log_m 2}{\log_m (7+7)} = \frac{a \log_m 2}{\log_m 7 \cdot \log_m 7} = \frac{a \log_m 2}{b^2}$$

(3)

Ot, už pagrindo keitimą nėra tšk

19. Įmonėje dirba 5 darbuotojai: Lina, Ignas, Vilija, Martynas ir Ona. Žinoma, kad kiekvieno iš jų sudaryto ketverto amžių suma (metais) yra lygi 132, 138, 113, 131 ir 126. Nustatykite, kiek metų yra vyriausiam šios įmonės darbuotojui.

(4 taškai)

19		4	
	I būdas $132 + 138 + 113 + 131 + 126 = 4A,$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$A = 160;$	1	Už teisingą visų darbuotojų amžiaus sumos apskaičiavimą.
	$160 - 113 = 47.$	1	Už teisingą vyriausio darbuotojo amžiaus

II būdas $\begin{cases} a + b + c + d = 132, \\ a + b + c + e = 138, \\ a + b + d + e = 113, \\ a + c + d + e = 131, \\ b + c + d + e = 126, \end{cases}$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
$a + b + c + d + e = 160;$	1	Už teisingą visų darbuotojų amžiaus sumos apskaičiavimą.
$160 - 113 = 47.$	1	Už teisingą vyriausio darbuotojo amžiaus apskaičiavimą.
Ats.: 47 metai (arba 47)	1	Už teisingai gautą atsakymą.

19.

Sprendimas

S - UPURKIS

LINA - L

IGNAS - I

VILIA - V

MARTINAS - M

ONA - O

$$BENDRA = 132 + 138 + 113 + 131 + 126 = 640$$

$$US = 640$$

$$S = 160$$

$$L = 160 - 132 = 28 \text{ m}$$

$$I = 160 - 138 = 22 \text{ m}$$

$$V = 160 - 113 = 47 \text{ m}$$

$$M = 160 - 131 = 29 \text{ m}$$

$$O = 160 - 126 = 34 \text{ m}$$

Ats.: 47m

4t

19. Sprendimas

(4)

$x; y; z; a; b$ – Lina, Ignas, Vilius, Martynas, Ona

$$x + y + z + a = 132$$

$$y + z + a + b = 138$$

$$z + a + b + x = 113$$

$$a + b + x + y = 131$$

$$b + x + y + z = 126$$

1t, P

Ats.:

19. Sprendimas

(4)

$$1) \begin{cases} a+b+c+e=138 \\ - \{ a+b+e+d=113 \end{cases}$$

$$c-d=15$$

$$c=d+15$$

$$2) \begin{cases} a+b+c+d=132 \\ - \{ a+b+c+e=138 \end{cases}$$

$$d-e=-6$$

$$e=d+6$$

$$3) \begin{cases} e+b+c+d=126 \\ - \{ b+c+a+e=138 \end{cases}$$

$$d-a=-12$$

$$a=12+d$$

$$4) \begin{cases} a+c+d+e=131 \\ - \{ a+b+c+e=138 \end{cases}$$

$$b=d+7$$

$$a+b+c+d=132$$

$$12+d+d+7+d+15+d=132$$

$$4d+34=132$$

$$4d=98$$

$$d=24,5$$

$$\text{Vyrinaišius: } 24,5+15=39,5 \text{ metai}$$

Ats.: Vyrinaišius yra 39,5 metų

1t, P

19. Sprendimas

(4)

Skirtumas tarp vyriausio ir jauniausio: $138 - 113 = 25$ (metai)

metų skirtumai tarp dabučių:

$$138 - 132 = 6$$

$$138 - 131 = 7$$

$$138 - 126 = 12$$

$$\text{jauniausias} = x$$

$$x + (x+6) + (x+7) + (x+12) = 113$$

$$4x = 88 \quad |:4$$

$$x = 22$$

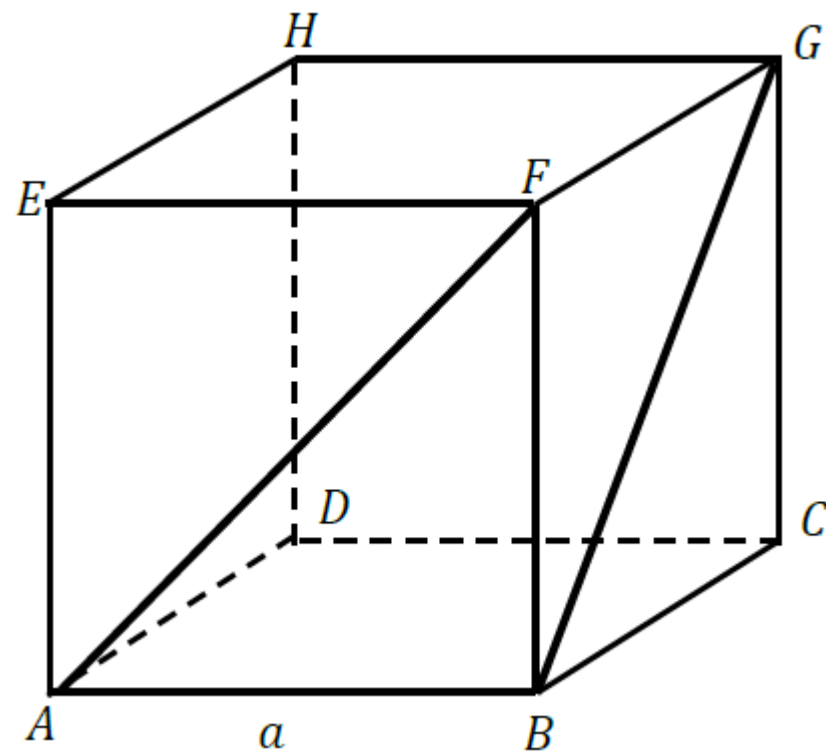
$$\text{vyriausias} = 22 + 25 = 47 \text{ metai}$$

4t

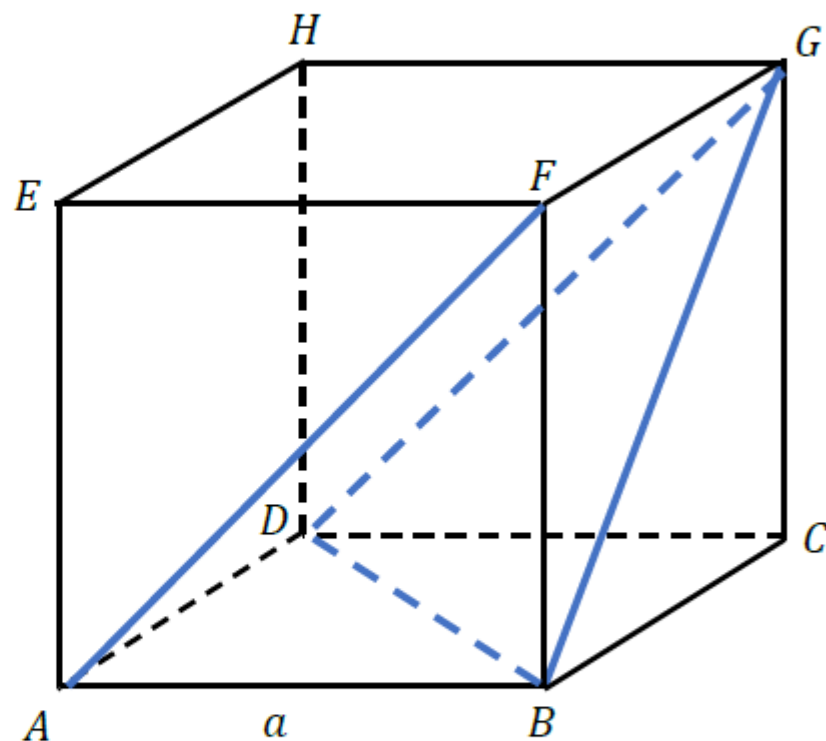
Ats.: 47 metai

20. Paveiksle pavaizduotas kubas $ABCDEFGH$, kurio briaunos ilgis lygus a . Nubrėžtos šio kubo dviejų gretimų sienų įstrižainės AF ir BG . Apskaičiuokite atstumą tarp tiesių AF ir BG .

(3 taškai)



$AF \parallel BGD$, nes $AF \parallel DG$ ir AF nēra plokštumoje BGD (tiesēs ir plokštumos lygiagretumo požymis).



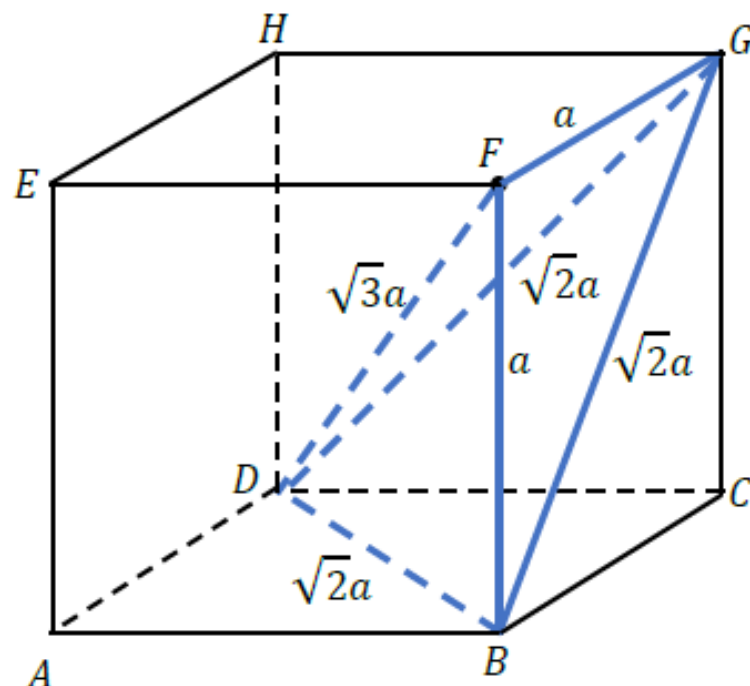
Atstumas tarp AF ir BG yra lygus atstumui tarp AF ir BGD ir yra lygus atstumui tarp F ir BGD ir yra lygus piramidēs $FBGD$ aukštinēs, nubrēžtos iš viršūnēs F į pagrindā BGD ilgiui h .

1

Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.

$$V_{FBGD} = \frac{1}{3} \cdot S_{BGD} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (\sqrt{2}a)^2 \cdot h = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot a^2 \cdot h;$$

$$V_{DFBG} = \frac{1}{3} \cdot S_{FBG} \cdot DC = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{a^3}{6}.$$



1

Už teisingai nustatytą
piramidės tūrį arba teisingai
gautą tūrio priklausomybės
nuo aukštinės ilgio formulę.

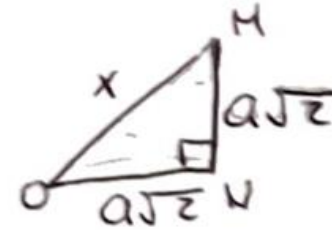
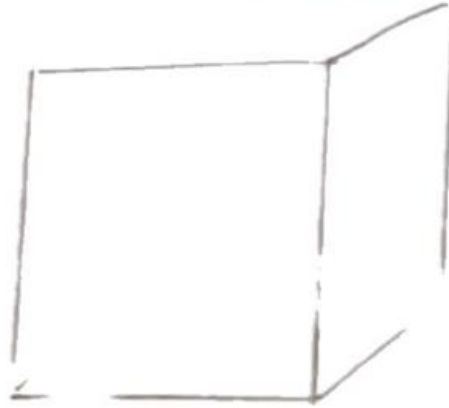
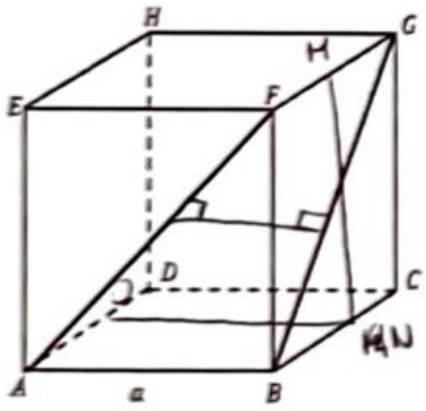
$$\frac{\sqrt{3}}{6} \cdot a^2 \cdot h = \frac{a^3}{6}, \quad h = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot a.$$

Ats.: $\frac{\sqrt{3}a}{3}$ (arba $\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot a$, arba $\frac{a}{\sqrt{3}}$)

1

Už teisingai gautą atsakymą.

20. Sprendimas



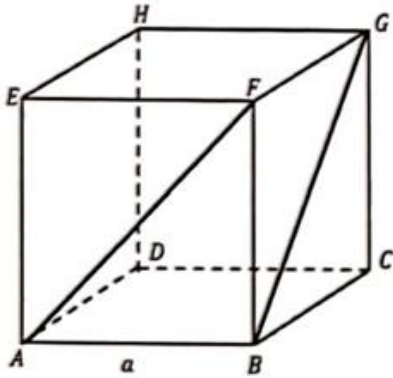
$$x = \sqrt{a^2 2 + a^2 2} = \sqrt{4a^2} = \underline{2a}$$

Ats.:

$2a$

1t, supranta, kad atstumas - statmuo

20. Sprendimas



$$AF = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

Atstumas tarp tiesių - $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

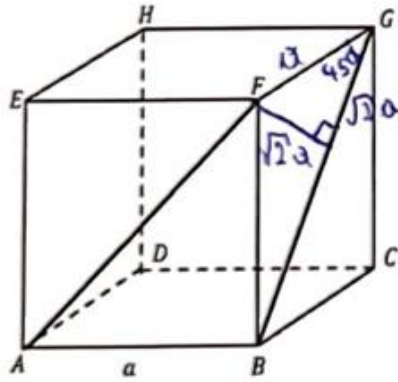
(3)

Ats.: $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

0t

20. Sprendimas

(3)



$$FG = AB = a \quad x - \text{akutumas}$$

$$FG^2 = 2a^2$$

$$FG = \pm \sqrt{2}a = \sqrt{2}a$$

$$x = \sqrt{2}a$$

Ats.: $\sqrt{2}a$

0t

Bendrasis kursas

01. Raskite aibių $A = \{1; 3; 5\}$ ir $B = \{3; 5; 7\}$ sankirtą $A \cap B$.

01

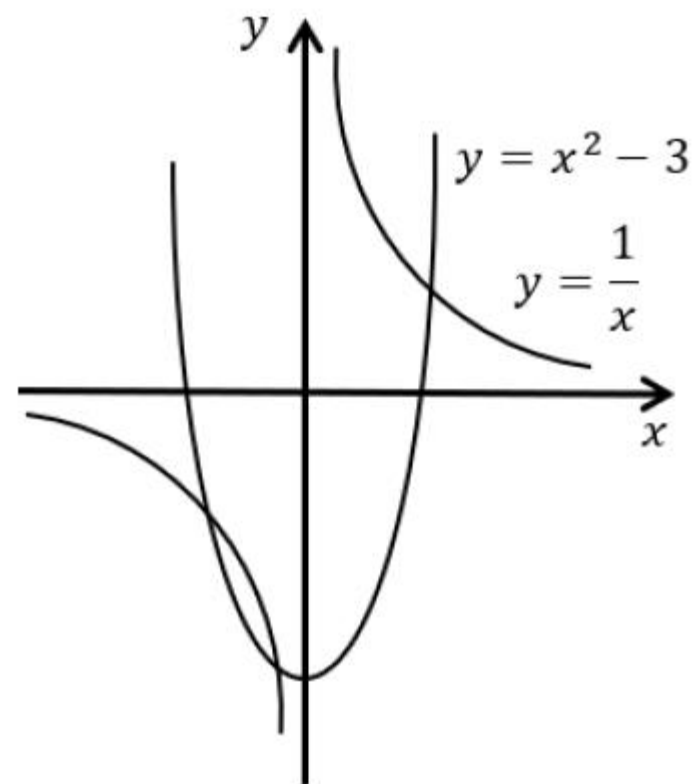
$$A \cap B = \{3; 5\} \quad (\text{arba } \{3, 5\}, \text{ arba } 3; 5)$$

02. Nustatykite n reikšmę, kad lygybė $\sqrt[3]{125 \cdot 16} = n \cdot \sqrt[3]{2}$ būtų teisinga.

02

$$n = 10 \quad (\text{arba } 10)$$

03. Naudodamiesi paveikslo duomenimis, nustatykite, kiek sprendinių turi lygtis $\frac{1}{x} = x^2 - 3$.

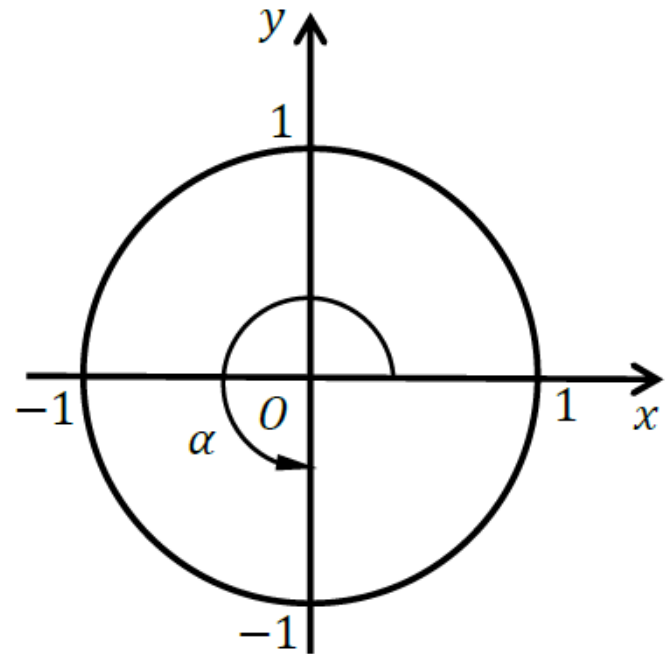


03

3 sprendinius (arba 3)

04. Paveiksle pavaizduoti vienetinis apskritimas, kurio centra yra taškas $O(0; 0)$, ir posūkio kampas α .

Naudodamiesi paveiksle pateiktais duomenimis, nustatykite posūkio kampo α didumą.



04 | 270° (arba 270)

05. Apskaičiuokite reiškinių $-2 \cdot \sqrt{(-4)^2} - 4 \cdot |-2|$ reikšmę.

05 | -16

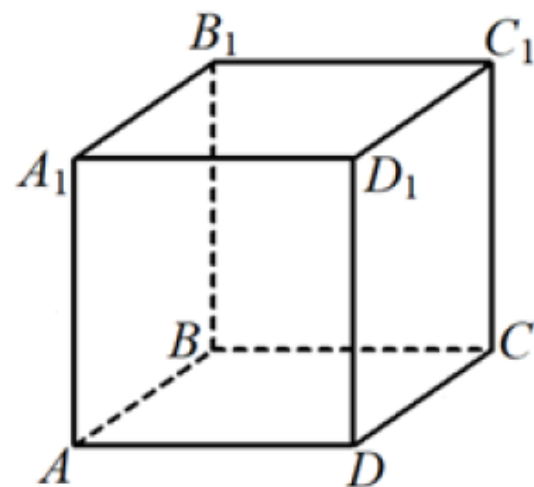
06. Nustatykite reiškinių $\log_5(x^2 - 25)$ apibrėžimo sritį.

$$\mathbf{06} \quad \left| \quad x \in (-\infty; -5) \cup (5; +\infty) \quad (\text{arba } (-\infty; -5), (5; +\infty)) \right.$$

07. Į banko sąskaitą 2026 m. sausio 1 d. buvo padėtas 10000 Eur indėlis. Bankas moka 2 procentus metinių sudėtinių palūkanų (palūkanas bankas priskaičiuoja kiekvienų metų pabaigoje). Apskaičiuokite, po kelerių metų šioje banko sąskaitoje bus lygiai 10612,08 Eur.

$$\mathbf{07} \quad \left| \quad \text{Po 3 metų (arba 3 m., arba 3)} \right.$$

08. Paveiksle pavaizduotas kubas $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Naudodamiesi paveikslo duomenimis, nustatykite, kiek yra kubo briaunų, per kurias einančios tiesės yra prasilenkiančios su tiese, einančia per kubo briauną CC_1 .



08

4 briaunos (arba 4)

09. Suprastinkite reiškinį $\sin(\alpha + 360^\circ) + \sin(\alpha - 360^\circ)$.

09

$2 \sin(\alpha)$ (arba $2 \cdot \sin \alpha$)

10. Klasės mokiniai iš 8 kandidatų renka klasės seniūną ir jo pavaduotoją. Apskaičiuokite, kiek skirtingų seniūno ir pavaduotojo porų galima išrinkti.

10

56 poras (arba 56)

II dalis

11. Išspręskite lygtis:

11.1. $-10x^3 + 10000 = 0$;

(2 taškai)

11.1		2	
	$-10x^3 = -10\,000, x^3 = 1000, x = \sqrt[3]{1000},$	1	Už bent vieną teisingą lygties pertvarkį.
	$x = 10.$ <i>Ats.: $x = 10$ (arba 10)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.

11.2. $\log_4(5x - 4) = \log_4(x)$;

(2 taškai)

11.2		2	
	<p>Lygties apibrėžimo sritis: $\begin{cases} 5x - 4 > 0, \\ x > 0, \end{cases} \Rightarrow x > \frac{4}{5}$.</p> <p>$\log_4(5x - 4) = \log_4(x), \Rightarrow \begin{cases} x > 0,8, \\ 5x - 4 = x, \end{cases}$</p>	1	Už logaritminės lygties pakeitimą tiesine lygtimi, arba už teisingą lygties apibrėžimo srities užrašą.
	<p>$\begin{cases} x > 0,8, \\ 5x - 4 = x, \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0,8, \\ 4x = 4, \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0,8, \\ x = 1, \end{cases} \quad x = 1.$</p> <p><i>Ats.: $x = 1$ (arba 1)</i></p>	1	Už teisingai gautą atsakymą.

11.3. $2^x \cdot 16^x = 8;$

(3 taškai)

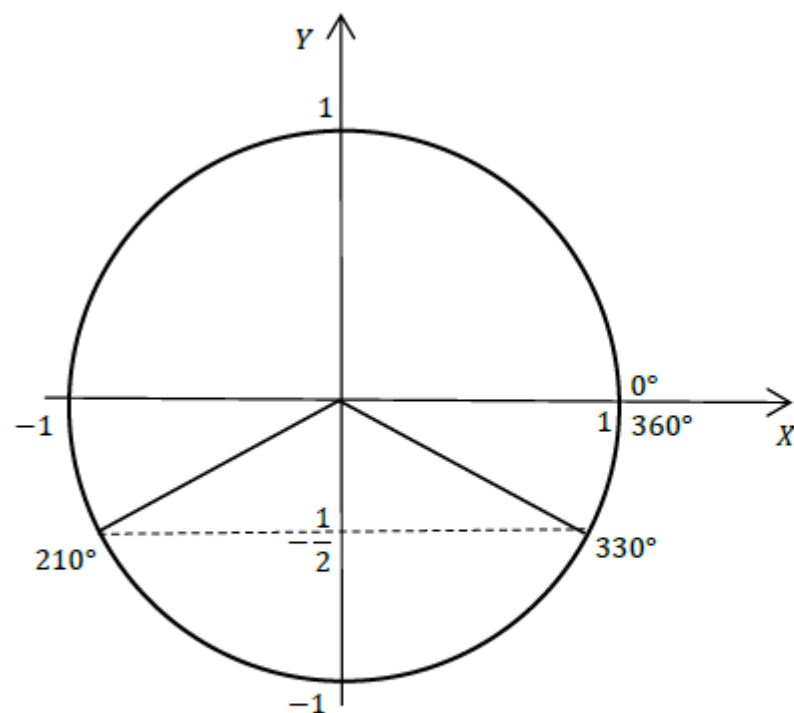
11.3		3	
	$2^x \cdot (2^4)^x = 2^3, \quad 2^x \cdot 2^{4x} = 2^3, \quad 2^{x+4x} = 2^3,$ $2^{5x} = 2^3,$	1	Už bent vieną teisingą lygties pertvarką.
	$5x = 3,$	1	Už rodiklinės lygties pakeitimą tiesine.
	$x = 0,6.$ <i>Ats.:</i> $x = 0,6$ (arba $\frac{3}{5}$)	1	Už teisingai gautą atsakymą.

11.4. $2\sin x + 1 = 0$, kai $x \in (0^\circ; 360^\circ)$.

(3 taškai)

11.4		3	
	$2\sin x + 1 = 0, \quad 2\sin x = -1, \quad \sin x = -\frac{1}{2},$	1	Už teisingai pertvarkytą lygtį.
	I būdas. Naudojamės lygties sprendinių formule: $x = (-1)^k \cdot \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + 180^\circ \cdot k, \quad k \in \mathbb{Z},$ $x = (-1)^k \cdot (-30^\circ) + 180^\circ \cdot k, \quad k \in \mathbb{Z}.$	1	Už lygties sprendinių formulės teisingą panaudojimą.
	Kai $k = 0$, tai $x = (-1)^0 \cdot (-30^\circ) + 180^\circ \cdot 0 =$ $= 1 \cdot (-30^\circ) + 0^\circ = -30^\circ \notin (0^\circ; 360^\circ).$ Kai $k = 1$, tai $x = (-1)^1 \cdot (-30^\circ) + 180^\circ \cdot 1 =$ $= -1 \cdot (-30^\circ) + 180^\circ = 210^\circ \in (0^\circ; 360^\circ).$ Kai $k = 2$, tai $x = (-1)^2 \cdot (-30^\circ) + 180^\circ \cdot 2 =$ $= 1 \cdot (-30^\circ) + 360^\circ = 330^\circ \in (0^\circ; 360^\circ).$ Kai $k = 3$, tai $x = (-1)^3 \cdot (-30^\circ) + 180^\circ \cdot 3 =$ $= -1 \cdot (-30^\circ) + 540^\circ = 570^\circ \notin (0^\circ; 360^\circ).$ Ats.: $210^\circ, 330^\circ$ (arba 210, 330)	1	Už teisingai gautą atsakymą.

II būdas. Naudojamės vienetiniu apskritimu:



1

Už vienetinio apskritimo teisingą panaudojimą.

Ats.: $210^\circ, 330^\circ$ (arba 210, 330)

1

Už teisingai gautą atsakymą.

III būdas. Naudojamės $y = \sin x$ ($x \in (0^\circ; 360^\circ)$) ir $y = -\frac{1}{2}$ grafikais.	1	Už teisingai pavaizduotus grafikus.
Grafikai kertasi dviejuose taškuose, kurių abscisės yra $210^\circ, 330^\circ$. <i>Ats.:</i> $210^\circ, 330^\circ$ (arba 210, 330)	1	Už teisingai gautą atsakymą.

11.1. Sprendimas $-10x^3 + 10000 = 0$ (2)

$$-10x^3 = -10000 / : -10$$

$$x^3 = 1000$$

$$x = \sqrt[3]{1000}$$

$$x = 10$$

Ats.: 10

1. 2t

11.2. Sprendimas $\log_4(5x-4) = \log_4(x)$ (2)

$$5x-4 = x$$

$$5x-x = 4$$

$$4x = 4 / :4$$

$$x = 1$$

ap. su $\begin{cases} 5x-4 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0,8 \\ x > 0 \end{cases}$

~~0,8 < x < 1,2~~ $x \in (0,8; +\infty)$

Ats.: 1

2. 2t

11.3. Sprendimas $2^x \cdot 16^x = 8$ (3)

$$2^x \cdot 2^{4x} = 2^3$$

$$2^x \cdot 2^{4x} = 2^3$$

$$x + 4x = 3$$

$$5x = 3 / :5$$

$$x = \frac{3}{5}$$

$$x = 0,6$$

Ats.: 0,6

3. 3t

11.4. Sprendimas (3)

Ats.:

4. 0t

11.1. Sprendimas $-10x^3 + 10000 = 0 \quad | : (-10)$ $x = \sqrt[3]{1000}$ (2)
 $x^3 - 1000 = 0$
 $x^3 = 1000$
 $x = 10$
 Ats.: $x = 10$

10 1. $2t$

11.2. Sprendimas

~~$\log_4(5x-4) = \log_4(x)$~~
 ~~$5x-4 = x$~~
 ~~$5x-4-x=0$~~
 ~~$4x-4=0$~~
 ~~$4x=4 \quad | :4$~~
 ~~$x=1$~~

Ats.: 1

2. $2t$

11.3. Sprendimas $2^x \cdot 16^x = 8 \quad x = \frac{1}{2}$ (3)

$(2 \cdot 16)^{x \cdot x} = 8$
 $32^{2x} = 8$
 $8^{4(2x)} = 8^1$
 $4(2x) = 1$
 $8x = 1 \quad | :8$

Ats.: $\boxed{x = \frac{1}{8}}$

3. 2t, AT

11.4. Sprendimas

$2 \sin x + 1 = 0$
 $2 \sin x = -1 \quad | :2$
 $\sin x = -\frac{1}{2}$

$x = (-1)^k \cdot \arcsin(-\frac{1}{2}) + 180^\circ \cdot k, k \in \mathbb{Z}$
 $x = (-1)^k \cdot (-\arcsin \frac{1}{2}) + 180^\circ \cdot k, k \in \mathbb{Z}$
 $x = (-1)^k \cdot (-30^\circ) + 180^\circ \cdot k, k \in \mathbb{Z}$
 $x = (-1)^k \cdot 150^\circ \cdot k, k \in \mathbb{Z}$

$k = -1, \text{ tai } x = (-1)^{-1} \cdot 150^\circ \cdot (-1) = 150^\circ \in [0^\circ; 360^\circ)$
 $k = 1, \text{ tai } x = (-1)^1 \cdot 150^\circ \cdot (-1) = -150^\circ \notin [0^\circ; 360^\circ)$
 $k = 0, \text{ tai } x = (-1)^0 \cdot 150^\circ \cdot 0 = 0^\circ \notin [0^\circ; 360^\circ)$
 $k = -2, \text{ tai } x = (-1)^{-2} \cdot 150^\circ \cdot (-2) = -300^\circ \notin [0^\circ; 360^\circ)$
 $k = 2, \text{ tai } x = (-1)^2 \cdot 150^\circ \cdot 2 = 300^\circ \in [0^\circ; 360^\circ)$

Ats.: $150^\circ; 300^\circ$

4. 2P, T

11.1. Sprendimas (2)

$$-10x^3 = -10000 \mid :(-10)$$

$$x^3 = 1000, \sqrt[3]{1000}$$

$$x = 10$$

Ats.: 10

1. 2t

11.2. Sprendimas (2)

$$\log_4(5x-4) = \log_4 x$$

$$5x-4 = x$$

$$4x = 4$$

$$x = 1$$

Ats.: 1

2. 2t

11.3. Sprendimas (3)

$$2^x - 2^{4x} = 8$$

$$x - 4x = 8$$

$$5x = 8 \mid :5$$

$$x = 1,6$$

Ats.: 1,6

3. 1t, P

11.4. Sprendimas

$$2 \sin(210) + 1 = 0, \text{ kai } x \in (0^\circ; 360^\circ)$$

Ats.: 210°

4. 0t

12. Bėgikė Aistė dešimt dienų treniravosi pagal sudarytą treniruočių planą: pirmąją dieną Aistė nubėgo 2 km, kiekvieną kitą dieną ji nubėgo po tiek pat kilometrų daugiau negu buvo nubėgusi prieš tai buvusiąją dieną, o paskutinę dešimtąją dieną ji nubėgo 11 km.

12.1. Apskaičiuokite, keliais kilometrais daugiau Aistė nubėgo dešimtąją dieną negu devintąją dieną.

(2 taškai)

12.2. Apskaičiuokite, kiek kilometrų Aistė iš viso nubėgo per 10 dienų.

(2 taškai)

12.3. Po dešimtosios treniruotės dienos Aistė nusprendė tęsti treniruotes pagal tą patį planą. Nustatykite, kelintą treniruočių dieną bendras Aistės nubėgto kelio ilgis viršys 150 km.

(3 taškai)

12		7	
12.1		2	
	$2 + 9x = 11$, čia x – skaičius kilometrų, kuriuo padidėdavo nubėgtas atstumas,	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.
	$x = 1$. <i>Ats.:</i> 1 (arba 1 km)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
12.2		2	
	$2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 =$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$= 65$. <i>Ats.:</i> 65 (arba 65 km)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
12.3		3	
	$65 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 = 135 < 150$,	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$135 + 17 = 152 > 150$.	1	Už teisingai apskaičiuotas 135 ir / arba 152 reikšmes.
	<i>Ats.:</i> 16 (arba 16-tą dieną)	1	Už teisingai gautą atsakymą.

12.1. Sprendimas (2)
9 dienas nubėgo 10 km, tai
 $11 - 10 = 1$
Ats.: 1 km

12.2. Sprendimas (2)
 $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 2 + 8 + 9 + 10 + 11 = 65$
Ats.: 65 km

12.3. Sprendimas (3)
10 dienas = 65 km
~~152 km~~
 $65 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 = 152 \text{ km}$
16 dienas nubėgo = 152 km.
Ats.: 16 dienas

0 t

2 t

3 t

12.1. Sprendimas

(2)

1d. 2d. 3d. 4d. 5d. 6d. 7d. 8d. 9d. 10d.
~~2h. 2+4 4+4=8 8+8=16 16+16=~~ 2+5 2+6 2+7 2+8 11h
2hm 2+1 2+2 2+3 2+4

Ats.: 1 km. dangi an.

12.2. Sprendimas

(2)

$$2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 65$$

Ats.: 65 km.

12.3. Sprendimas

(2)

$$65 + 65 = 130$$

Ats.: 25 dienas

1 t.
Atspēja ir
pagrindžia

2 t

0 t

12.1. Sprendimas

$$a_n = a_1 + d(n-1) \quad 10 \div 2 = 5$$

$$a_5 = 11$$

$$11 = 2 + d(5-1) \quad d = \frac{11-2}{5-1} = 2,25$$

$$a_4 = 2 + 2,25(4-1) = 8,75 \text{ km}$$

$$11 - 8,75 = 2,25 \text{ km}$$

Ats.: 2,25 km daugiau

(2)

1 t

12.2. Sprendimas

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_5 = \frac{2 + 11}{2} \cdot 5 = 32,5 \text{ km}$$

Ats.: 32,5 km

(3)

1 t

12.3. Sprendimas

$$S_{11} = \frac{2 \cdot 2 + 2,25 \cdot (11-1) \cdot 11}{2} = 145,75 \text{ km}$$

$$S_n > 150$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1) \cdot n}{2}$$

$$145,75 < 150$$

$$172,5 > 150$$

$$S_{12} = \frac{2 \cdot 2 + 2,25 \cdot (12-1) \cdot 12}{2} = 172,5 \text{ km}$$

Ats.: n = 12 dienas

3 t

12.1. Sprendimas

$a_1 = 2$ $a_9 = 2 + d = 10$ $d = 1$ $a_{10} = 11$
 $a_8 = 2 + 7 \cdot 1 = 9$
 $a_9 = 2 + 8 \cdot 1 = 10$

Ats.: 1 km

1 t

12.2. Sprendimas

$a_1 = 2$ $a_{10} = 11$
 $S_{10} = \frac{2 + 11}{2} \cdot 10 = 65$
 $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 65$

Ats.: 65

2 t

12.3. Sprendimas

$\frac{2 + 17}{2} \cdot 17 = 161,5$ km

Ats.: 17

0 t

12.1. Sprendimas $a_1 = 2$ $a_{10} = 11$ $d = a_{2+1} - a_2 = 3 - 2 = 1$

$$a_9 = a_1 + d(9-1) = 2 + 1 \cdot 8 = 10$$

$$~~44 - 10 = 1~~ \quad a_{10} - a_9 = 11 - 10 = 1 \text{ (km)}$$

Ats.: 1 km

2 t

12.2. Sprendimas

$$S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = \frac{2 + 11}{2} \cdot 10 = \frac{13}{2} \cdot 10 = 6,5 \cdot 10 = 65 \text{ (km)}$$

Ats.: 65 km

2 t

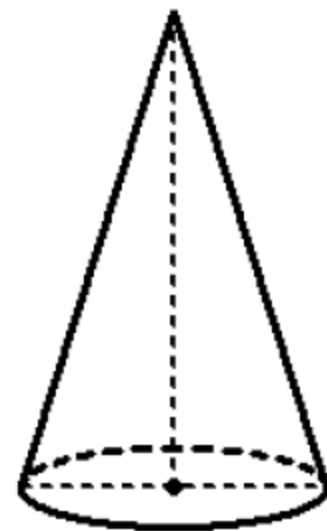
12.3. Sprendimas $a_n = 150$ $d = 1$

$$a_{150} = a_1 + d(150-1) = 2 + 1 \cdot 149 = 151 \text{ (km)}$$

Ats.: 150 km dieng

0 t

- 13.** Žiemos šventei buvo sumanyta pagaminti kūgio formos dekoraciją, kurios pagrindo spindulys lygus 6 m, o aukštis – 8 m.



- 13.1.** Inžinieriai ruošiasi šios dekoracijos šoninį išorinį paviršių padengti apsaugine medžiaga. Apskaičiuokite šios dekoracijos šoninio išorinio paviršiaus plotą kvadratiniais metrais. Atsakymą pateikite su π .

(3 taškai)

13.1		3	
	$l = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ (m), čia l – kūgio sudaromosios ilgis;	1	Už teisingą kūgio sudaromosios ilgio apskaičiavimą.
	$S = \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot 6 \cdot 10 =$ čia S – kūgio šoninio paviršiaus plotas,	1	Už teisingą kūgio šoninio paviršiaus ploto formulės pritaikymą.
	$= 60\pi$. Ats.: 60π (arba $60 \cdot \pi \text{ m}^2$)	1	Už teisingai gautą atsakymą.

13.1. Sprendimas



$$S = \pi R l$$

$$S_{\text{son}}$$

$$r = 6$$

$$h = 8$$

$$l = 10$$

$$l^2 = 6^2 + 8^2$$

$$l^2 = 100$$

$$l = \sqrt{100} = 10$$

$$l = -10 \text{ uifinlu}$$

$$S_{\text{son}} = \pi \cdot 6 \cdot 10 = 60\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

Ats.: $60\pi \text{ (m}^2\text{)}$

3 t

13.1. Sprendimas



$$l^2 = h^2 + r^2 = 100, \quad l = \sqrt{100} = 10 \text{ m}$$

$$l^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

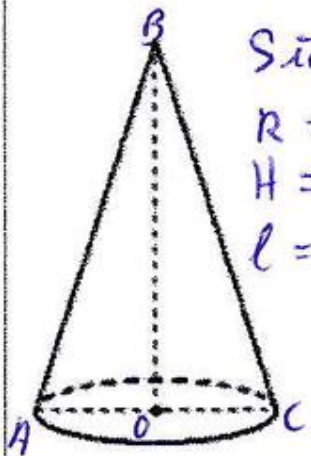
$$\text{Šon. pav.} = \pi r l = \pi \cdot 6 \cdot 10 = 60\pi \text{ m}^2$$

Ats.: $60\pi \text{ m}^2$

3 t

13.1. Sprendimas

(3)



$$S_{\text{kon.}} = \pi R L$$

$$R = 6 \text{ m}$$

$$H = 8 \text{ m}$$

$$l = 3 \text{ m}$$

$$L = \frac{AC}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$S_{\text{kon. plot.}} = \pi \cdot 6 \cdot 3 = 18\pi$$

Duota: kūgis, $AC = 6 \text{ m}$
 $BO = 8 \text{ m}$

Rasti: S_{kon}

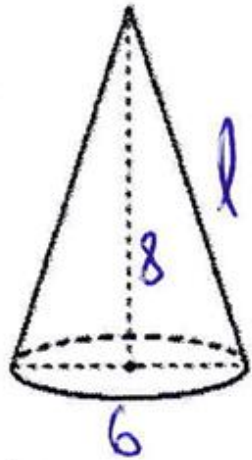
Ats.:

18π

2 t AT

13.1. Sprendimas

(3)



Duotie : spindulys = 6m Rasti: S_{kon}
 aukštis = 8m

$$S = \pi R l$$

$$l = ?$$

$$l^2 = 8^2 + 6^2 = 73$$

$$l = \sqrt{73}$$

$$S = \pi \cdot 6 \cdot \sqrt{73}$$

$$S = 6\sqrt{73}\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

Ats.: $6\sqrt{73}\pi \text{ (m}^2\text{)}$

2 t AT

13.1. Sprendimas

(3)



$$R = 6\text{ m} \quad H = 8\text{ m}$$

$$S = 2\pi RH$$

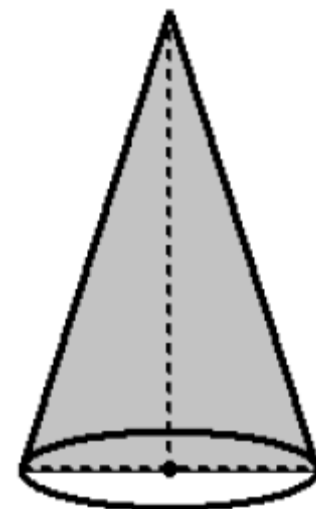
$$S = 2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 8 = \cancel{96\text{ m}^2} \quad 96\pi\text{ m}^2$$

Ats.: $96\pi\text{ m}^2$

0 t; bloga formulė

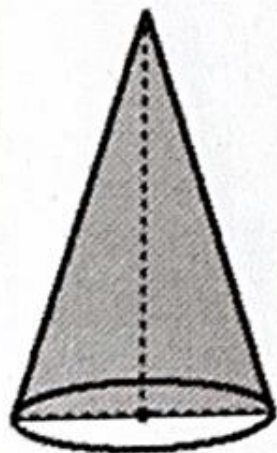
13.2. Norėdami, kad dekoracija būtų tvirta, inžinieriai jos viduje planuoja įtvirtinti plokštę, kuri eitų per dekoracijos ribojamo kūgio ašinį pjūvį. Apskaičiuokite šios plokštės plotą kvadratiniais metrais. Į dekoracijos sienelių storį neatsižvelkite.

(2 taškai)



13.2		2	
	$S = 6 \cdot 8 =$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$= 48 \text{ (m}^2\text{)}.$ <i>Ats.: 48 (arba 48 m²)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.

13.2. Sprendimas



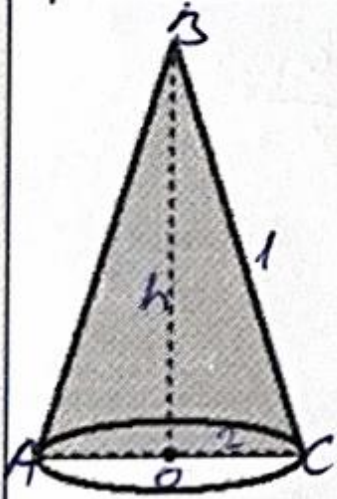
$$1. a = 2 \cdot R = 2 \cdot 6 = 12$$

$$2. S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot l = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 = 48 \text{ m}^2$$

Ats.: 48 m^2

2 t

13.2. Sprendimas



$$S_{ABC} = \frac{AC \cdot BC}{2} = \frac{12 \cdot 10}{2} = 60 \text{ m}^2$$

$$AC = OC \cdot 2 = 6 \cdot 2 = 12$$

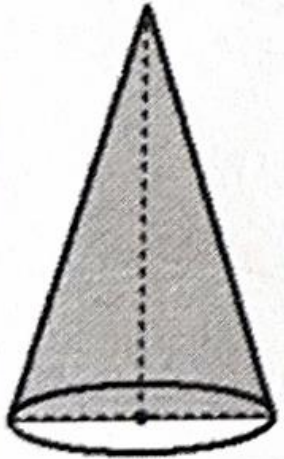
$$BC = l = 10$$

Ats.: 60 m^2

0 t

13.2. Sprendimas

(2)



$$R = 6$$
$$R^2 = 6^2 = 36$$

Ats.: 36

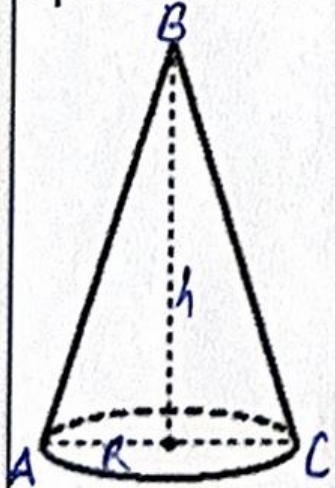
0 t

13.3. Apskaičiuokite dekoracijos ribojamo kūgio sudaromosios ir pagrindo plokštumos sudaromo kampo didumo tangentą.

(2 taškai)

13.3		2	
	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{6} =$ čia α – kampo tarp kūgio sudaromosios ir kūgio pagrindo didumas,	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$= \frac{4}{3}.$ <i>Ats.:</i> $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$ (arba $\frac{8}{6}$, arba $1\frac{1}{3}$, arba 1,333 ..., arba 1, (3))	1	Už teisingai gautą atsakymą.

13.3. Sprendimas



$$\operatorname{tg}(\angle BAC) = \frac{h}{R} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

(2)

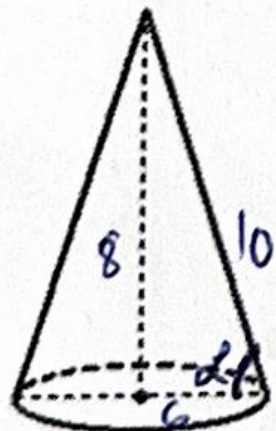
Ats.: $\operatorname{tg}(\angle BAC) = \frac{4}{3}$

2 t

13.3. Sprendimas

(2)

$$\angle \text{tg} \varphi = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$



Ats.: $\frac{4}{3}$

2 t

13.3. Sprendimas



$$1) \operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{6}$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$$

$$3) \arctg \alpha = 53^\circ$$

Ats.: 53°

1 t

14. Mokiniai laboratorinio darbo metu stebėjo, kaip greitai vėsta iki $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ įkaitintas metalinis strypas.

Buvo pastebėta, kad, praėjus t minučių nuo aušinimo pradžios, strypo temperatūra $T\text{ }^{\circ}\text{C}$ yra lygi $T = 100 - 20 \cdot \lg(t + 1)$.

Nustatykite, ar šio strypo temperatūra po 1 minutės nuo aušinimo pradžios bus žemesnė nei $90\text{ }^{\circ}\text{C}$. Atsakymą pagrįskite.

(3 taškai)

14		3	
	$T = 100 - 20 \cdot \lg(1 + 1) =$	1	Už teisingą formulės panaudojimą.
	$= 100 - 20 \cdot \lg(2) = 100 - 20 \cdot 0,3 \dots =$ $= 100 - 6,0 \dots \approx 94,$	1	Už teisingai apskaičiuotą T reikšmę arba apytiksę reikšmę.
	$94 > 90.$ <i>Ats.: Ne</i>	1	Už teisingai pagrįstą atsakymą.

14.

Sprendimas

(3)

Nebus, $J = 100 - 20 \cdot \lg(1+1) \approx 93,98^\circ$
 $93,98^\circ > 90^\circ$

Ats.: Nebus

3 t

14. Sprendimas $T = 100 - 20 \cdot \lg(t+1)$

1) $t = 1 \text{ min}$

2) $T = 100 - 20 \cdot \lg_{10}(1+1) \approx \cancel{95,90^\circ\text{C}} 93,98^\circ\text{C}$

3) $\cancel{95,90^\circ\text{C}} \cancel{95,90^\circ\text{C}} 93,98^\circ\text{C} > 90^\circ\text{C}$, todėl temperatūra nebus žemesnė nei 90°C .

Ats.: nebus

3 t

14.

Sprendimas

(3)

$$T = 100 - 20 \cdot \lg(1+1)$$

$$T = 80 \cdot \lg(1+1)$$

$$T = 80 \cdot \lg 2$$

$$T = 80 \cdot 0,3$$

$$T = 24$$

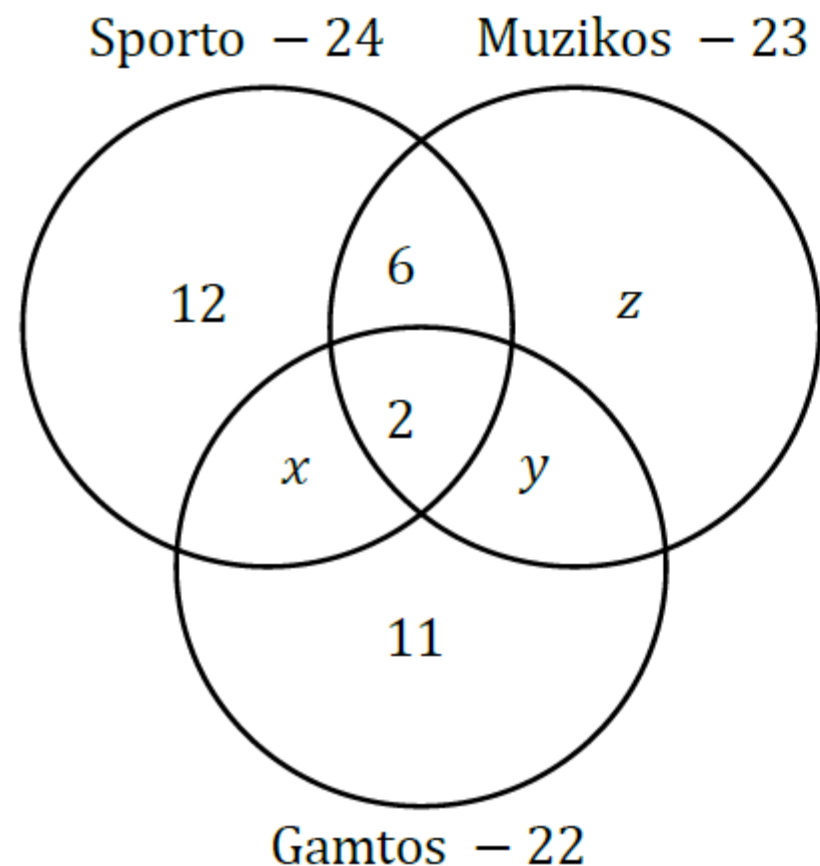
Ats.: Toliau žiūrėti nes $T < 90$

(3)

2 t.PT

15. Visi mokyklos aštuntokai lanko bent vieną iš trijų būrelių: sporto, muzikos, gamtos.

Diagramoje pavaizduota, kiek aštuntokų lanko šiuos būrelius.



Sporto būrelį lanko 24 aštuntokai.

Muzikos būrelį lanko 23 aštuntokai.

Gamtos būrelį lanko 22 aštuntokai.

6 aštuntokai lanko ir sporto, ir muzikos būrelius.

2 aštuntokai lanko visus tris būrelius.

Naudodamiesi pateikta informacija, apskaičiuokite, kiek aštuntokų mokosi mokykloje.

(3 taškai)

15		3	
	Reikia apskaičiuoti $12 + 6 + 2 + x + 11 + y + z$ reikšmę.	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$12 + 6 + 2 + x = 24, x = 24 - 20 = 4,$ $11 + 4 + 2 + y = 22, y = 22 - 17 = 5,$ $6 + 2 + 5 + z = 23, z = 23 - 13 = 10;$	1	Už bent vieną x, y arba z reikšmės apskaičiavimą.
	$12 + 6 + 2 + 4 + 11 + 5 + 10 = 50.$ <i>Ats.: 50 (arba 50 aštuntokų)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.

15. Sprendimas

(3)

$$1) x = 24 - 12 - 6 - 2 = 4$$

$$2) y = 22 - 11 - 2 - 4 = 5$$

$$3) z = 23 - 5 - 6 - 2 = 10$$

$$4) 12 + 6 + 2 + x + y + z + 11 = 12 + 6 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 = 50 \text{ (aštuntokeų)}$$

Ats.: 50 aštuntokeų

16.1. Sprendimas

(2)

3t

15.

Sprendimas

(3)

$$24 + 23 + 22 = 69$$

$$69 - 3 = 66$$

$$66 - 4 = 62$$

+

Ats.: 62 skirtukai

Ot

15.

Sprendimas

(3)

Sporto būrelį tik: $24 - 6 - 2 = 16 \text{ mok.}$

tik muzikos būrelį: $23 - 6 - 2 = 15 \text{ mok.}$

tik gamtos būrelį: $22 - 2 = 20 \text{ mok.}$

$16 + 15 + 20 = 51 \text{ mokinių.}$

$6 + 2 = 8 \text{ atuntokai}$ laukia kiti
būreliai

$51 + 8 = 59 \text{ atuntokai.}$

Ats.: 59 atuntokai

1t P

15.

Sprendimas

(3)

$$1) x = 24 - 12 - 6 - 2 = 4$$

$$4) 24 + 23 + 22 = 69$$

$$2) y = 22 - 11 - 4 - 2 = 5$$

$$3) z = 23 - 6 - 5 - 2 = 10$$

+

Ats.: 69

2t PA

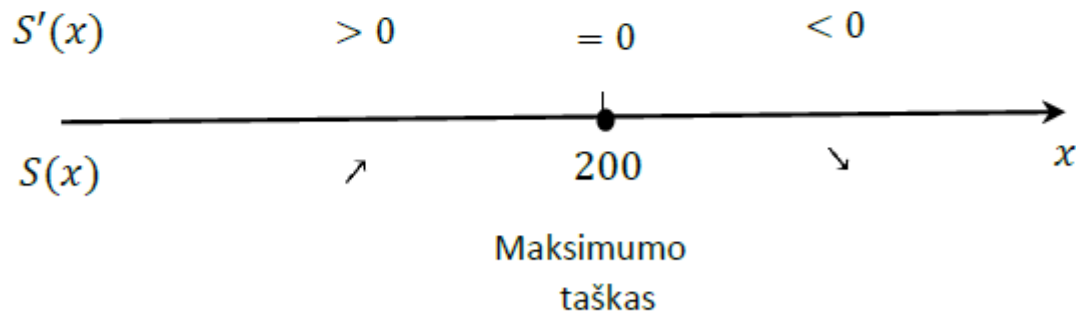
16. Ūkininkas 800 metrų tvoros tinklu ruošiasi aptverti stačiakampio formos ganyklą.
Ganyklos vieno krašto ilgį pažymėkite x metrų.

16.1. Parodykite, kad ganyklos plotas S (kv. metrais) išreiškiamas funkcija $S(x) = 400x - x^2$.
(2 taškai)

16.2. Raskite $S'(x)$.
(1 taškas)

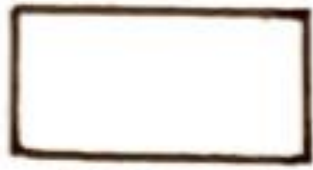
16.3. Nustatykite, kokio ilgio x (metrais) turi būti ganyklos vienas kraštas, kad ganyklos plotas būtų didžiausias.
(3 taškai)

16.4. Apskaičiuokite didžiausią galimą šios ganyklos plotą (kvadratiniais metrais).
(2 taškai)

16.1		2	
	Aptvaro matmenys: x ir $\frac{800-2x}{2} = 400 - x$.	1	Už teisingą aptvaro matmenų radimą.
	Aptvaro plotas: $S(x) = x \cdot (400 - x) = 400x - x^2$.	1	Už teisingą ploto funkcijos reiškinių radimą.
16.2		1	
	$(400x - x^2)' = 400 - 2x$. Ats.: $400 - 2x$	1	Už teisingą atsakymą.
16.3		3	
	I būdas. Naudojamasi išvestine: $400 - 2x = 0$, $x = 200$,	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
		1	Už teisingą maksimumo taško radimą.
	Ats.: 200 (arba $x = 200$, arba 200 m.)	1	Už teisingai gautą atsakymą.

	II būdas. Naudojamasi parabole $y = 400x - x^2$:		Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	parabolės viršūnės abscisė $x = 200$.		Už teisingą parabolės viršūnės abscisės apskaičiavimą.
	Ats.: 200 (arba $x = 200$, arba 200 m.)		Už teisingai gautą atsakymą.
16.4		2	
	Ganyklos matmenys: $x = 200$ m, $400 - 200 = 200$ (m). Ganyklos plotas: $200 \cdot 200 =$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$= 40\,000$ (m ²). Ats.: 40 000 (arba 40 000 m ²)	1	Už teisingai gautą atsakymą.

16.1. Sprendimas



x

$400-x$

$$S(x) = x(400-x) = 400x - x^2$$

It A

16.2. Sprendimas

(1)

$$S(x) = (100x)' - (x^2)'$$

$$S'(x) = 0$$

$$x = 200 \text{ (m)}^2$$

$$S'(x) = 400 - 2x$$

$$400 - 2x = 0$$

$$-2x = -400 \quad | : (-2)$$

Ats.: 200 m²

0 t

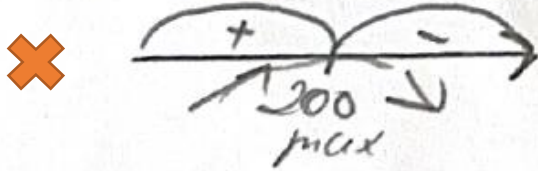
16.3. Sprendimas

(3)

$$S'(x) = 400 - 2x$$
$$-2x = -400(1-2)$$
$$x = 200$$

$$400 - 2x = 0$$

$$y_{\max} = 400 \cdot 150 - 150^2 = 375000$$



Ats.: 375000

It P

16.4. Sprendimas

$$S = 400x - x^2$$

$$S = 400 \cdot 200 - 200^2 = 40000 \text{ m}^2$$

Ats.: 40000 m^2

2t

17. Pašto skirstymo centre yra 20 vienodo dydžio siuntų: registruotų ir neregistruotų. Tikimybė atsitiktinai paimti registruotą siuntą yra 0,3.

17.1. Apskaičiuokite, kokia yra tikimybė atsitiktinai paimti neregistruotą siuntą.

(2 taškai)

17.2. Apskaičiuokite, kiek registruotų siuntų yra pašto skirstymo centre.

(2 taškai)

17.1		2	
	$P(\text{Neregistruota}) = 1 - P(\text{Registruota}) =$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$= 1 - 0,3 = 0,7.$ <i>Ats.: 0,7 (arba $\frac{7}{10}$)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.
17.2		2	
	$20 \cdot 0,3 =$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$= 6.$ <i>Ats.: 6 (6 registruotos siuntos)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.

(2)

17.1. Sprendimas

$$1) P(\text{registravola siunta}) = 1 - 0,3 = 0,7$$

Ats.: 0,7

(2)

17.2. Sprendimas

$$1) 20 \cdot 0,3 = 6 (\text{siuntos})$$

Ats.: 6 siuntos

17.1-2t;

17.2 -2t

17.1.	<p>Sprendimas</p> <p>Jei ne registruotų siuntų paimiti žensos 30%.</p> <p>ta 100 - 30% = 70%.</p> <p>Ats.: 70%.</p>	(2)
17.2.	<p>Sprendimas</p> <p>100 - 100% 20 - 100%.</p> <p>70% = 14 siuntų neregistruotų</p> <p>20 - 14 = 6 ta registruotų</p> <p>Ats.: 6 ta siuntų</p>	(2)

17.1-2t;

17.2 -2t

(2)

17.1. Sprendimas W - neregistruota

$$1 - 0,3 = 0,7$$

$$P(W) = 0,7 \cdot 20 = 14$$

Ats.: 14

(2)

17.2. Sprendimas R - registruota

$$P(R) = 20 - 14 = 6$$

Ats.: 6

17.1-1tP, blogas ats;

17.2 -2t

17.1.	Sprendimas	(2)
	$1 - 0,3 = 0,7$	<div>Ats.: 0,7</div>
17.2.	Sprendimas	(2)
	$\begin{aligned} 20 &- 100\% \\ x &- 30\% \\ x &= \frac{20 \cdot 30}{100} = 6 \text{ simentais} \end{aligned}$	<div>Ats.: 6</div>

17.1-2t,

17.2 -2t

17.3. Pašto kurjeris atsitiktinai paima dvi siuntas. Apskaičiuokite tikimybę, kad abi paimtos siuntos bus registruotos.

(4 taškai)

17.3		4	
	$P(\text{Pirma paimta} - \text{registruota}) = \frac{6}{20},$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$P(\text{Antra paimta} - \text{registruota}) = \frac{5}{19},$	1	Už teisingą bent vienos tikimybės apskaičiavimą.
	$P(\text{Abi paimtos} - \text{registruotos}) = \frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} =$	1	Už teisingą tikimybių sandaugos panaudojimą.
	$= \frac{30}{380} = \frac{3}{38}.$ <i>Ats.: $\frac{3}{38}$ (arba $\frac{30}{380}$)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.

17.3. Sprendimas

(4)

$$P(\text{ištraukti 2 registruotas simtus}) = \frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} = \frac{3}{38}$$

~~Atregistruoti simtai yra 6, tai registruoti:~~

~~20-6~~

$$\text{Ats.: } P(\text{ištraukti 2 registre. simtus}) = \frac{3}{38}$$

17.3-4t

(4)

Ans.: $\frac{3}{40}$

17.3-3t; PTK? Būdas(sandauga) ir bent viena teisinga tikimybė

17.3. Sprendimas

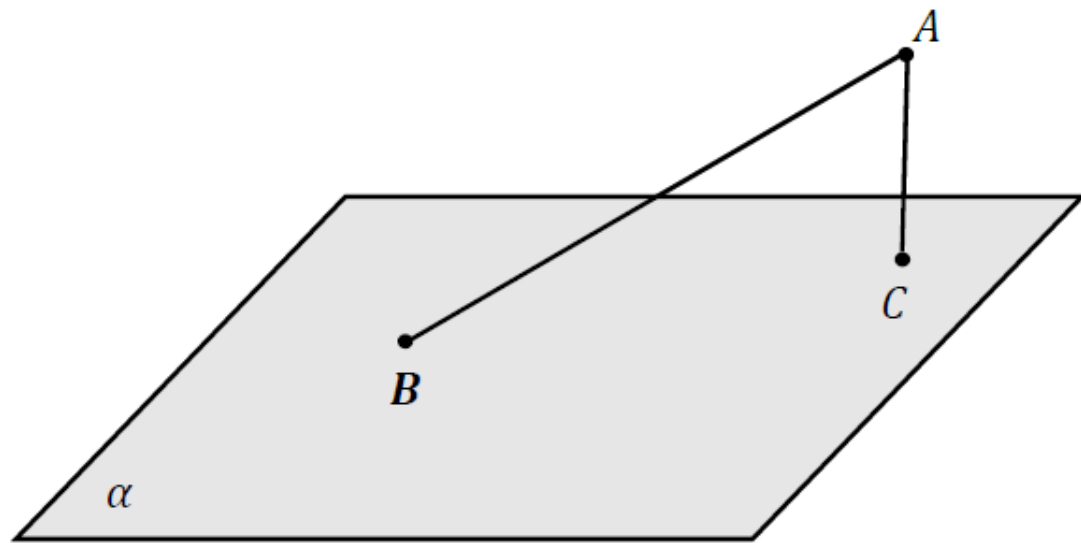
$$P(\text{abi siuntos registruotos}) = \frac{6}{20} : 2 = \frac{3}{20}$$

(4)

Ats.: $\frac{3}{20}$

17.3-1t A Bent viena teisinga

- 18.** Paveiksle pavaizduota plokštuma α ir tai plokštumai nepriklausantis taškas A . Iš taško A į plokštumą α nubrėžtos dvi atkarpos: pasviroji AB ir statmuo AC .



- 18.1.** Apskaičiuokite atstumą (cm) tarp taškų A ir B , jeigu atstumas nuo taško A iki plokštumos α lygus 16 cm, o pasvirošios AB statmenosios projekcijos plokštumoje α ilgis lygus 63 cm.

(2 taškai)

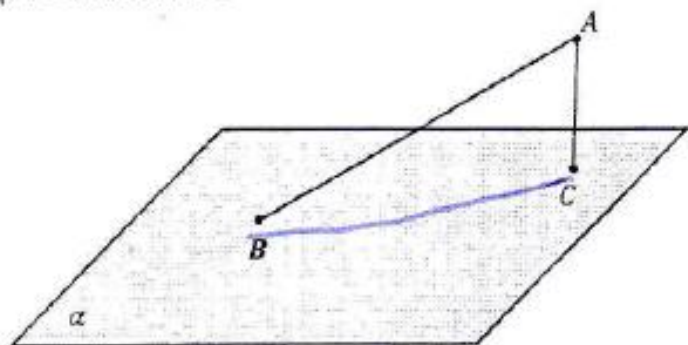
- 18.2.** Apskaičiuokite kampo, kurį sudaro paveiksle pavaizduota pasviroji AB su plokštuma α , didumą. Atsakymą pateikite dešimtųjų tikslumu.

(2 taškai)

18.1		2	
	Trikampis ABC yra status, $AC = 16$ cm, $BC = 63$ cm. Reikia apskaičiuoti AB ilgį.	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$AB = \sqrt{16^2 + 63^2} = \sqrt{256 + 3969} = \sqrt{4225} = 65$ (cm). <i>Ats.:</i> 65 (arba 65 cm)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
18.2		2	
	$\angle(AB; \alpha) = \angle ABC$, $\sin(\angle ABC) = \frac{AC}{AB} = \frac{16}{65}$;	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$\angle ABC = \arcsin\left(\frac{16}{65}\right) = 14,25 \dots^\circ \approx 14,3^\circ$. <i>Ats.:</i> $14,3^\circ$ (arba 14,3)	1	Už teisingai gautą atsakymą.

18.1. Sprendimas

(2)



$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

$$AB = \sqrt{63^2 + 16^2} = 65$$

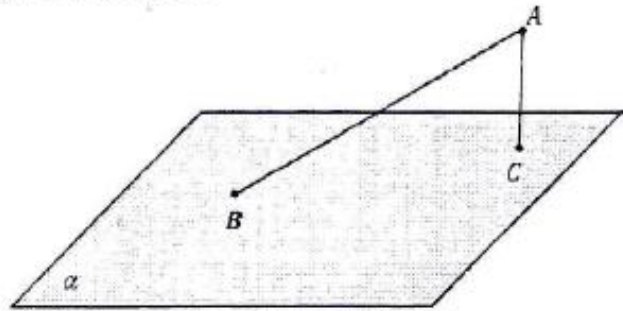
+

Ats.: 65 cm

1t, Neparodyta, neparašyta, kad trikampis status

18.1. Sprendimas

(2)



$$\begin{aligned} &\perp \Delta ABC \quad \text{t. P. t.} \\ &AB^2 = BC^2 + AC^2 \\ &AB^2 = 16^2 + 63^2 \\ &AB^2 = 4225 \\ &AB = \sqrt{4225} \\ &AB = 65 \text{ cm} \end{aligned}$$

Ats.: 65 cm

2t